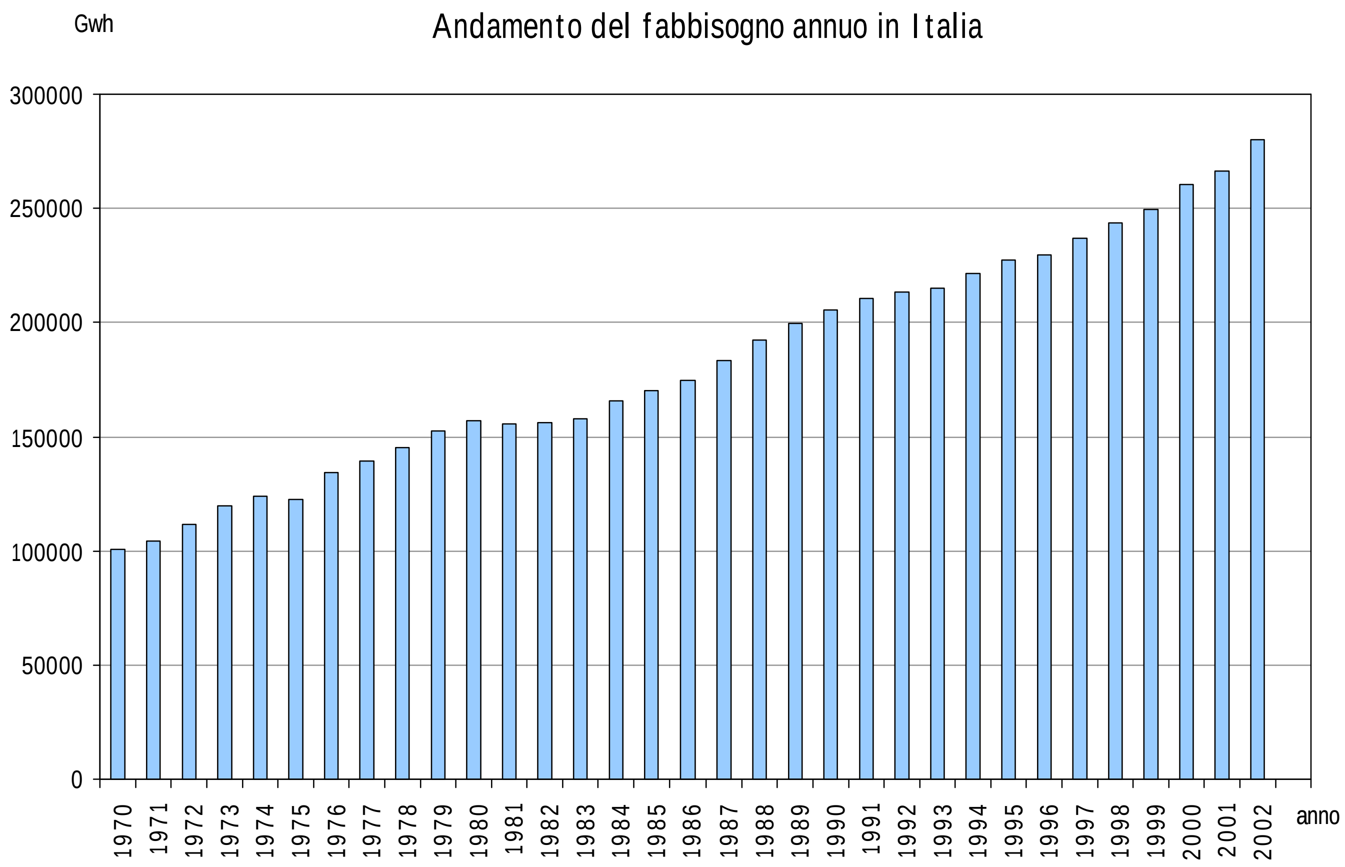
Claudio Arbib
Università di L'Aquila

Ricerca Operativa

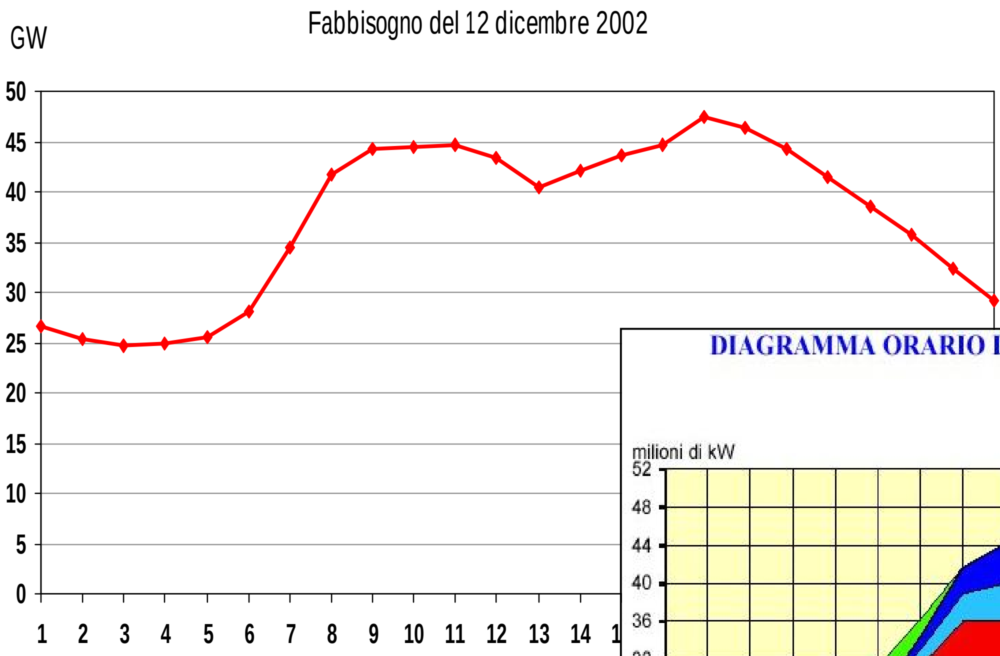
Gestione della produzione di energia elettrica

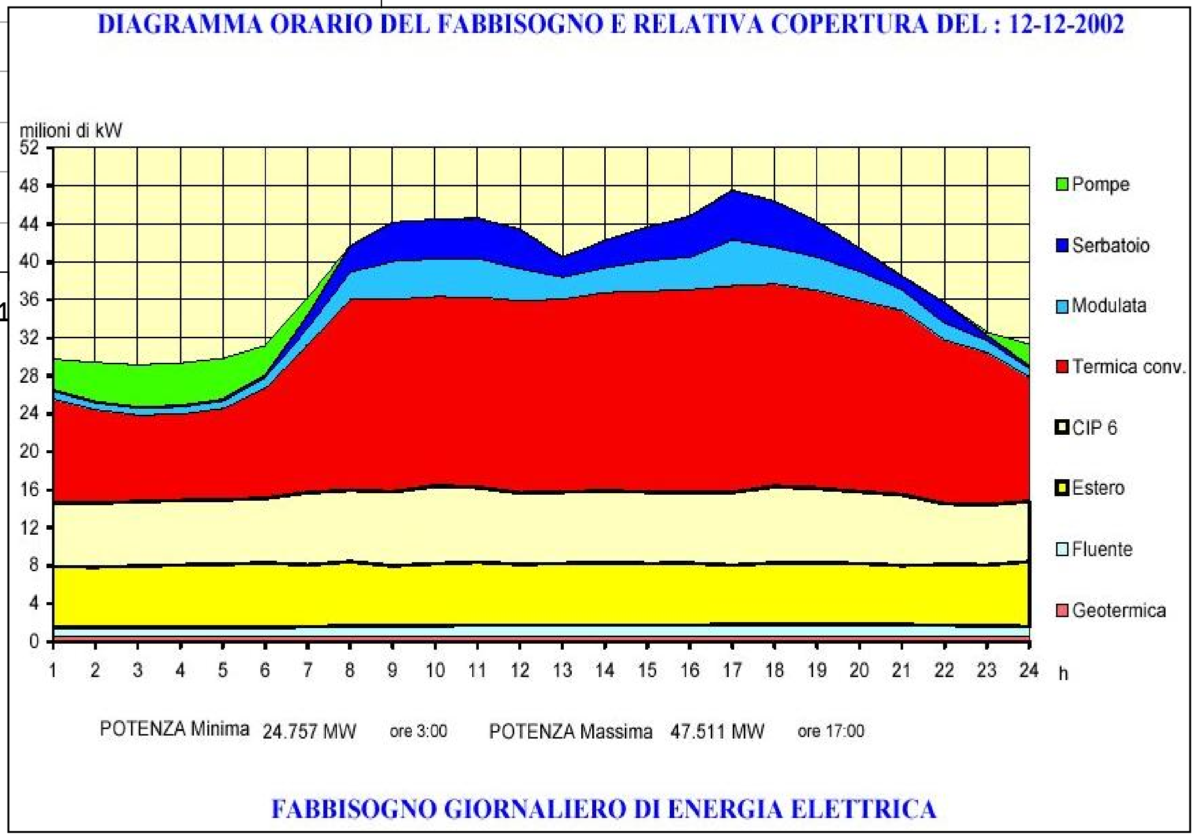
(Gennaio 2006)

Fabbisogno elettrico



Fabbisogno elettrico





Pianificare la produzione

Dati

- Un orizzonte temporale discreto $T = \{1, 2, \ldots, n\}$ (ore)
- Un vettore di domanda di potenza oraria $\mathbf{r} = (r_t)_{t \in T}$ (megawatt)
- Un insieme U di centrali termoelettriche

trovare

- una schedula $\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_n)$ che specifichi la potenza elettrica fornita da ciascuna centrale in ogni ora dell'orizzonte di pianificazione T

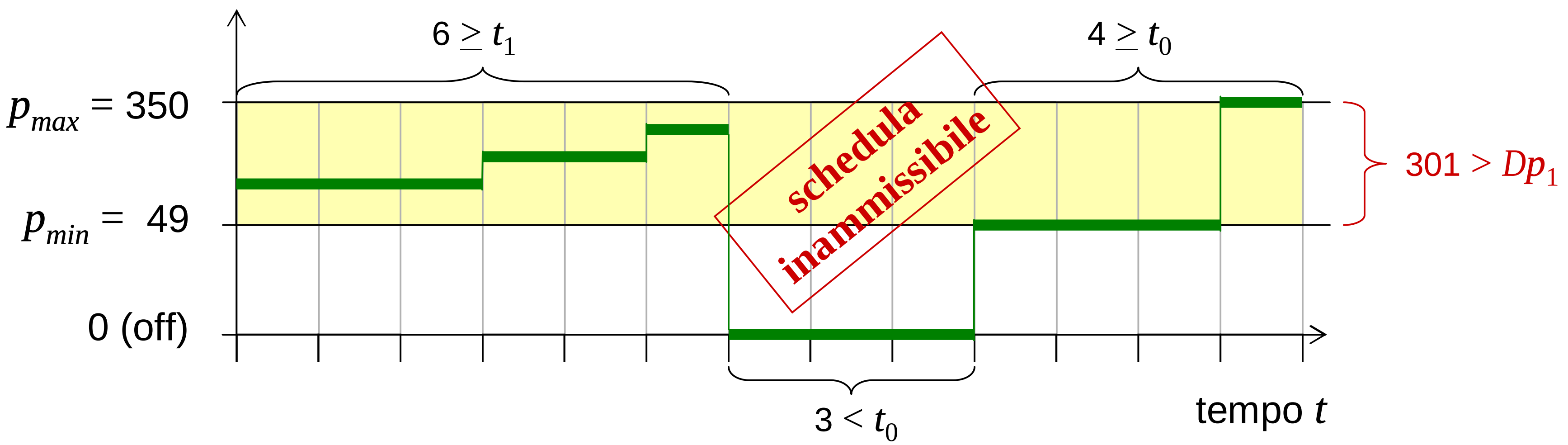
in modo che

- venga soddisfatta la domanda di potenza per ogni $t \in T$
- siano rispettati i requisiti operativi delle centrali
- il costo complessivo del combustibile consumato sia minimo

Requisiti operativi

- Vincoli di potenza minima e massima: se la centrale è accesa nell'ora $t \in T$, la potenza p_t generata può variare solo entro un intervallo specificato $[p_{min}, p_{max}]$
- Vincoli di rampa: se la centrale è accesa nelle ore t e $t+1 \in T$, e si ha $p_{t+1} > p_t$ (ovvero $p_{t+1} < p_t$), il dislivello $|p_{t+1} - p_t|$ non può mai superare una soglia prescritta Dp_1 (ovvero Dp_0)
- Vincoli di minimo on (off) time: la centrale deve rimanere accesa (spenta) per almeno t_1 (almeno t_0) ore

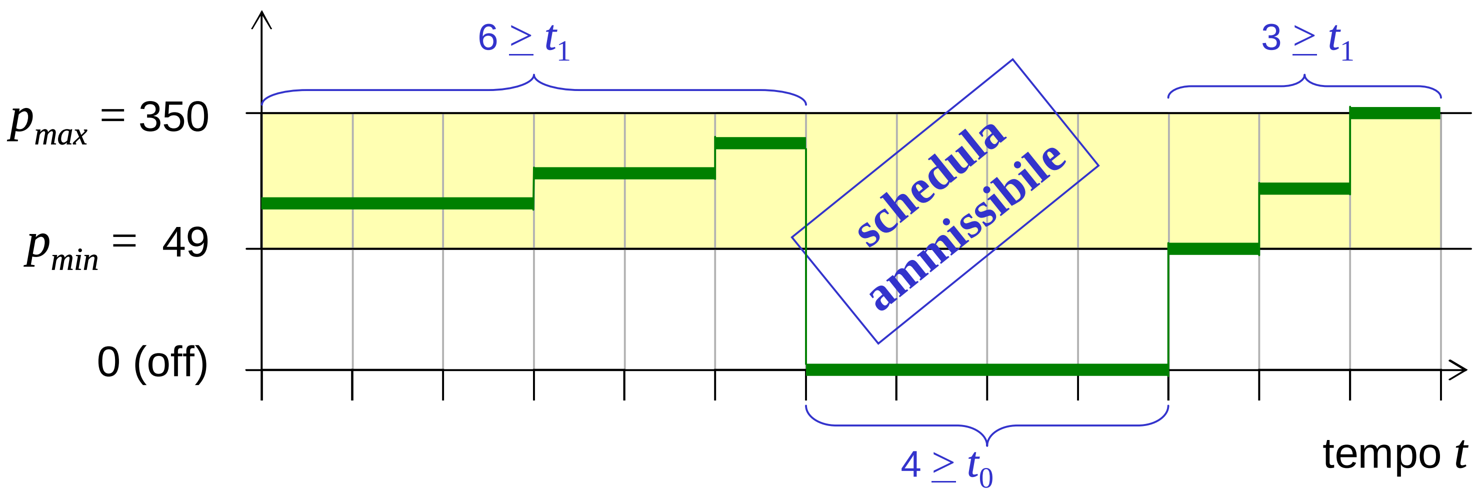
$Dp_1 = Dp_0 = 180, \qquad t_1 = 1,\ t_0 = 4$



Requisiti operativi

- Vincoli di potenza minima e massima: se la centrale è accesa nell'ora $t \in T$, la potenza p_t generata può variare solo entro un intervallo specificato $[p_{min}, p_{max}]$
- Vincoli di rampa: se la centrale è accesa nelle ore t e $t+1 \in T$, e si ha $p_{t+1} > p_t$ (ovvero $p_{t+1} < p_t$), il dislivello $|p_{t+1} - p_t|$ non può mai superare una soglia prescritta Dp_1 (ovvero Dp_0)
- Vincoli di minimo on (off) time: la centrale deve rimanere accesa (spenta) per almeno t_1 (almeno t_0) ore

$Dp_1 = Dp_0 = 180$, $t_1 = 1$, $t_0 = 4$



Costi

- I processi di produzione di energia presentano due termini principali di costo:
  - uno legato in modo diretto al combustibile consumato dalla centrale in condizioni di esercizio

istanti di accensione

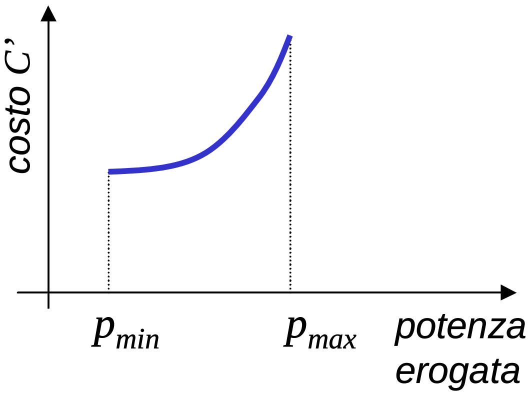
$$C' = \sum_{t \in T_1} (a p_t^2 + b p_t + c)$$

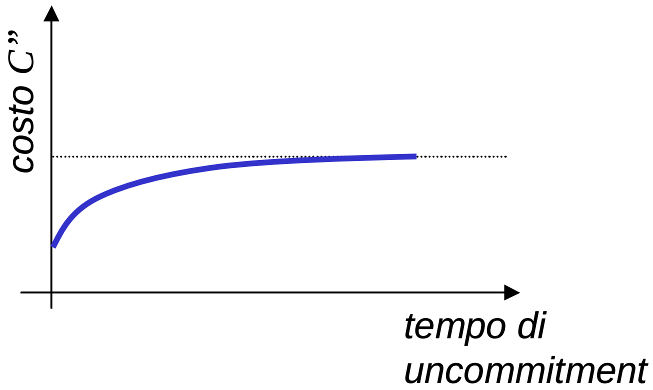
potenza erogata

  - l'altro legato ai consumi non produttivi della centrale al momento di accensione

$$C'' = \alpha(1 - e^{-u/\tau_0}) + \beta$$

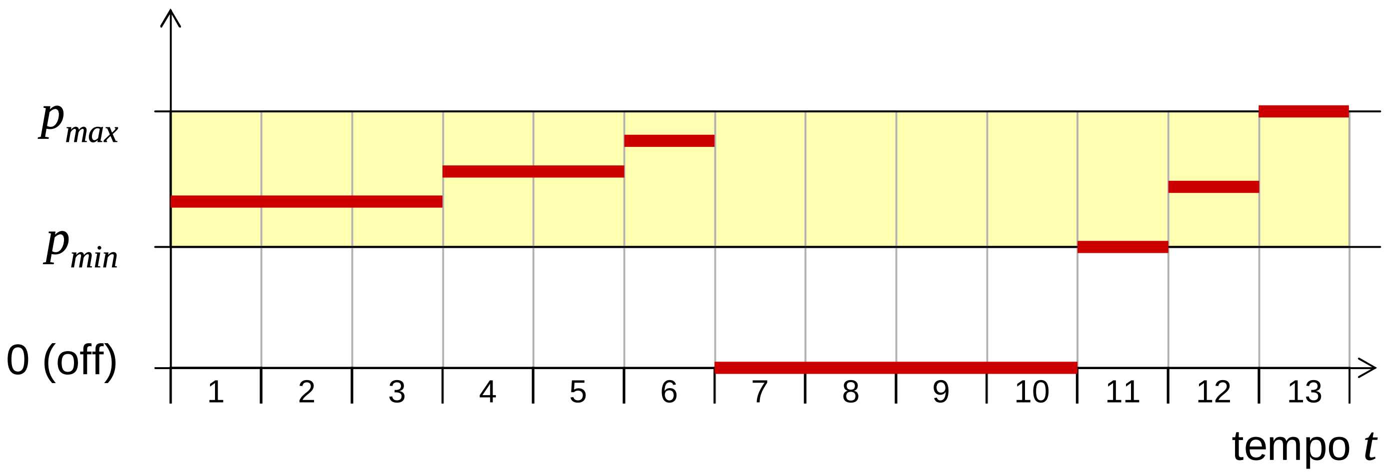
tempo di *uncommitment*





Costi

- Il costo complessivo $C = C' + C''$ di una schedula della centrale dipende esclusivamente dalla potenza p_t fornita dalla centrale in ogni ora $t \in T$



$$\sum_{t=1}^{6} (ap_t^2 + bp_t + c) \quad + [\alpha(1 - e^{4/\tau_0}) + \beta] \quad + \sum_{t=11}^{13} (ap_t^2 + bp_t + c)$$

Gestione di una centrale

Poniamoci nella prospettiva del gestore di una singola centrale.

- Supponiamo che in ogni ora del giorno alla centrale venga offerto un prezzo y_t per ogni megawatt prodotto
- Indichiamo con $T_1 = \{t \in T : p_t > 0\}$ l'insieme delle ore nelle quali la centrale è accesa

costo netto

$$\sum_{t \in T_1} [ap_t^2 + (b - y_t)p_t + c] + C''(\mathbf{p})$$

In ogni $t \in T_1$ conviene scegliere una potenza p_t che minimizzi

Il punto di minimo del termine di costo $[ap_t^2 + (b - y_t)p_t + c]$ si calcola annullando la derivata prima rispetto a p_t:

$$\frac{\mathrm{d}[ap_t^2 + (b - y_t)p_t + c]}{\mathrm{d}p_t} = 2ap_t + b - y_t = 0 \qquad \boxed{p_t^* = \frac{y_t - b}{2a}}$$

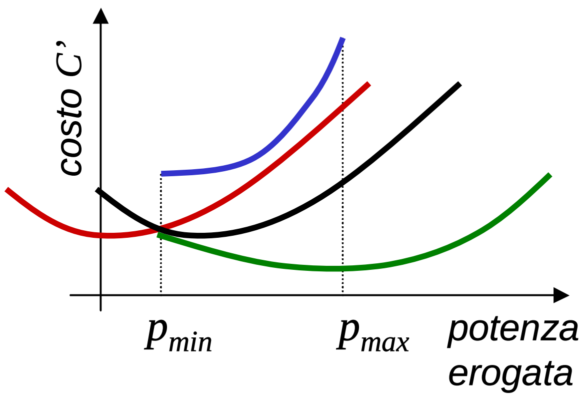
Gestione di una centrale

Poniamoci nella prospettiva del gestore di una singola centrale.

- Supponiamo che in ogni ora del giorno alla centrale venga offerto un prezzo y_t per ogni megawatt prodotto
- Indichiamo con $T_1 = \{t \in T: p_t > 0\}$ l'insieme delle ore nelle quali la centrale è accesa

costo netto

$$\sum_{t \in T_1} [a p_t^2 + (b - y_t) p_t + c] + C''(\mathbf{p})$$

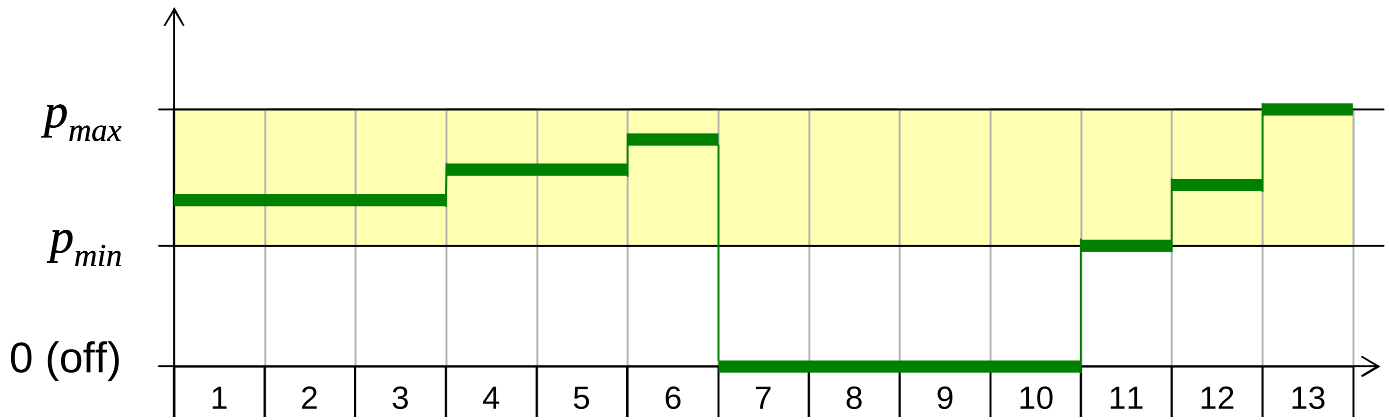


$$\left.\begin{array}{c} p_{max} \\[2em] \dfrac{y_t - b}{2a^i} \\[2em] p_{min} \end{array}\right\} \text{ se } \left\{\begin{array}{l} \dfrac{y_t - b}{2a} > p_{max} \\[2em] p_{min} \leq \dfrac{y_t - b}{2a} \leq p_{max} \\[2em] \dfrac{y_t - b}{2a} < p_{min} \end{array}\right.$$

Economic dispatching

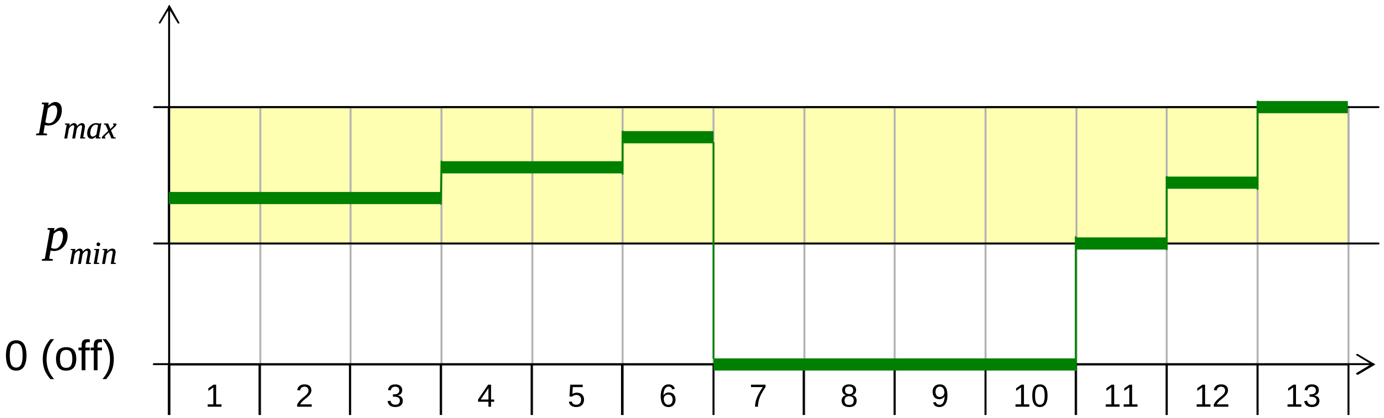
Il problema di *economic dispatching* (gestione della centrale che minimizzi i costi complessivi) consiste nel decidere

- quali sono gli intervalli di spegnimento della centrale
- quali sono gli intervalli di accensione della centrale e quale potenza viene erogata in ciascuna ora di tali intervalli



Economic dispatching

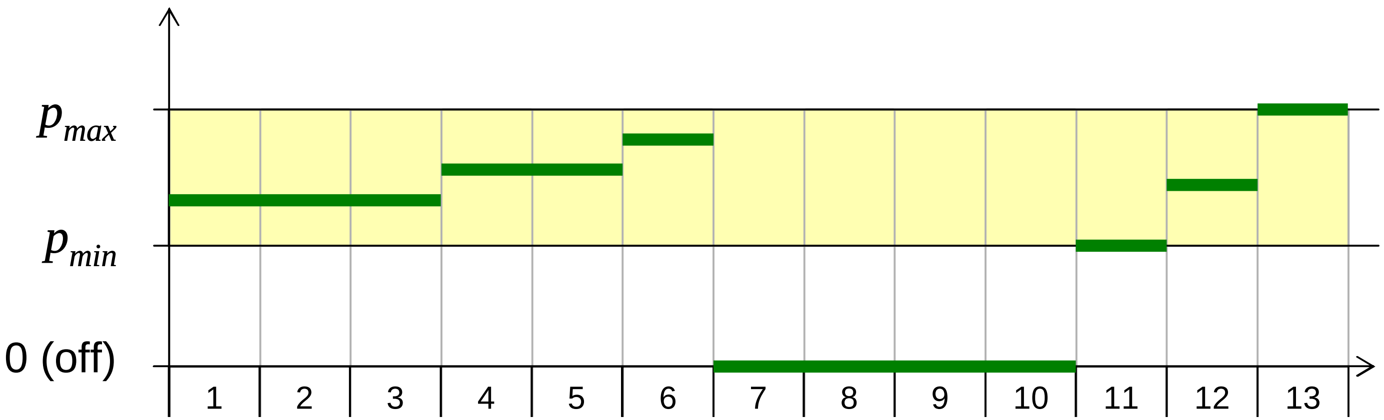
- Associamo un nodo a ogni intervallo $[r, s]$ durante il quale la centrale risulta accesa
- Una transizione tra nodi consecutivi $[r, s]$, $[t, u]$ corrisponde a un periodo di spegnimento lungo $(t - s - 1)$ ore
- Siccome la durata del periodo di spegnimento è nota, risulta noto il corrispondente costo di accensione $\alpha(1 - e^{-(t-s-1)/\tau_0}) + \beta$



$$\boxed{1, 6} \xrightarrow{\alpha(1 - e^{-4/\tau_0}) + \beta} \boxed{11, 13}$$

Economic dispatching

- I nodi sono pesati con il costo di fornire la potenza ottima p_t^* (cioè quella che minimizza il costo netto $ap_t^2 + (b - y_t)p_t + c$)
- Siccome la durata del periodo di spegnimento è nota, risulta noto il corrispondente costo di accensione $\alpha(1 - e^{-(t-s-1)/\tau_0}) + \beta$

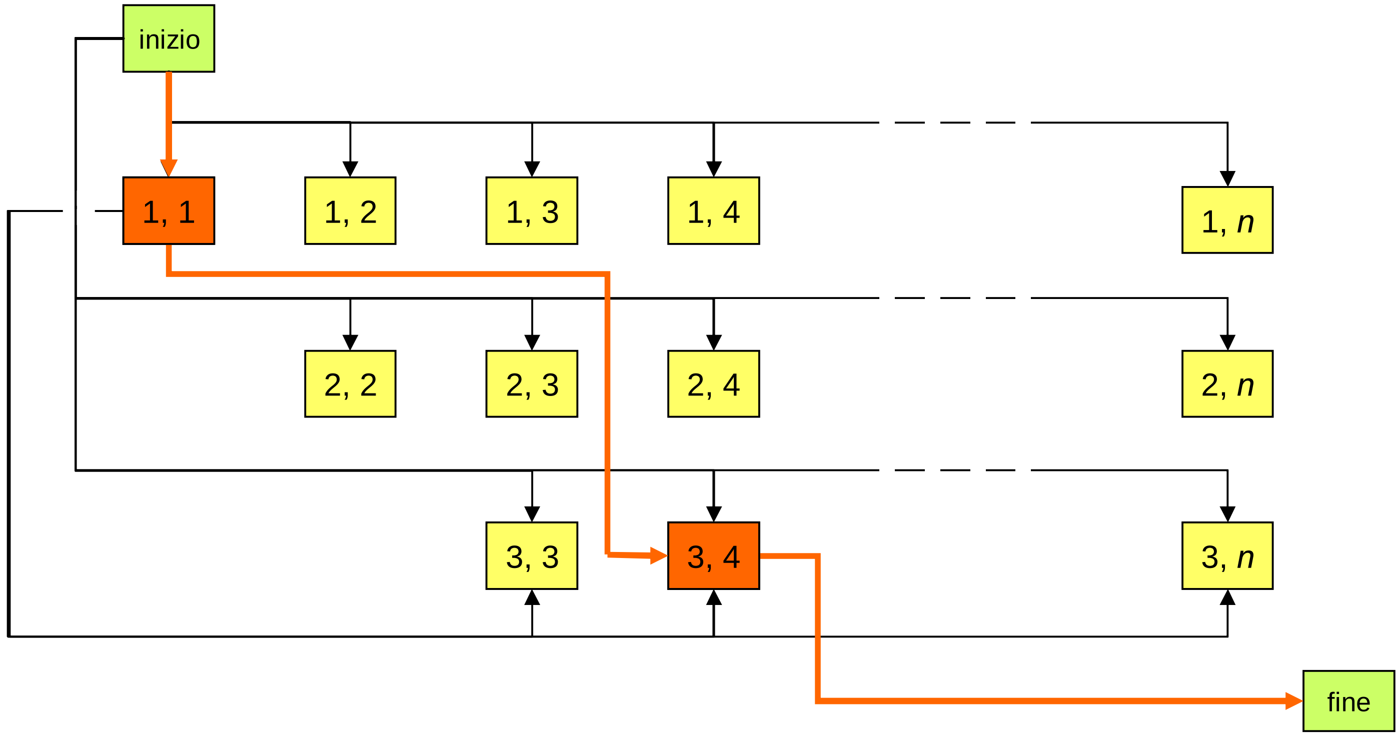


$$\sum_{t=1}^{6} [a(p_t^*)^2 + (b - y_t^*)p_t^* + c] \qquad \sum_{t=11}^{13} [a(p_t^*)^2 + (b - y_t^*)p_t^* + c]$$

$$\boxed{1, 6} \xrightarrow{\alpha(1 - e^{-4/\tau_0}) + \beta} \boxed{11, 13}$$

Economic dispatching

- I nodi e gli archi introdotti formano un grafo G orientato e privo di circuiti



- Il problema si riduce a individuare un cammino di peso minimo nel grafo G
- Questo calcolo si può eseguire in tempo $O(n^3)$