RICERCA OPERATIVA **GRUPPO D**
prova scritta del 31 marzo 2004 **FOGLIO 1**

Cognome: |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|
Nome: |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|
Matricola: |__|__|__|__|__|__|

Rispondere alle seguenti domande marcando a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate).
Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata vale –1 punto.

1. Il duale del problema

$$
\begin{array}{ll}
\max & x_1 + 6x_2 + x_3 \\
& x_1 + x_2 \le 35 \\
& x_2 - 6x_3 = 22 \\
& 11x_1 + 15x_2 - 7x_3 \ge 20 \\
& x_1, x_2 \ge 0
\end{array}
$$

è il problema

(A) $\begin{array}{ll} \min & 35y_1 + 22y_2 - 20y_3 \\ & y_1 - 11y_3 \ge 1 \\ & y_1 + y_2 - 15y_3 \ge 6 \\ & 6y_2 - 7y_3 = -1 \\ & y_1, y_3 \ge 0 \end{array}$

(B) $\begin{array}{ll} \min & 35y_1 + 22y_2 + 20y_3 \\ & y_1 - 11y_3 \ge 1 \\ & y_1 + y_2 - 15y_3 \ge 6 \\ & -6y_2 + 7y_3 = 1 \\ & y_1, y_3 \ge 0 \end{array}$

(C) $\begin{array}{ll} \min & 35y_1 + 22y_2 - 20y_3 \\ & -y_1 - 11y_3 \le 1 \\ & y_1 + y_2 - 15y_3 \ge 6 \\ & -6y_2 + 7y_3 = 1 \\ & y_1, y_3 \ge 0 \end{array}$

2. Se il problema

$$
\begin{array}{ll}
\min & \mathbf{cx} \\
& \mathbf{Ax} \ge \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} \ge \mathbf{0}
\end{array}
$$

non ammette soluzione, allora il suo duale

(A) è illimitato
(B) ammette ottimo finito
(C) non ammette soluzione

3. Una soluzione di base di un problema di programmazione lineare in forma standard

$$
\begin{array}{ll}
\max & \mathbf{cx} \\
& \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} \ge \mathbf{0}
\end{array}
$$

si dice ammissibile se e solo se

A) $\mathbf{x}_N \ge 0$
B) $\mathbf{x}_B = \mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{b} > \mathbf{0}$
C) $\mathbf{x}_B = \mathbf{A}_B^{-1}\mathbf{b} \ge \mathbf{0}$

Riservato al docente

Risposte corrette |__|
Risposte inesatte |__|
Risposte mancanti |__|

Valutazione |__|__|

RICERCA OPERATIVA **GRUPPO D**
prova scritta del 31 marzo 2004 **FOGLIO 2**

Cognome: |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|
Nome: |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|
Matricola: |__|__|__|__|__|__|

Risolvere i seguenti esercizi. La soluzione di ogni esercizio viene valutata fino a 5 punti.

1. Dov'è il trucco? – II

Dalle parti della Stazione Termini di Roma non è infrequente notare un gruppetto di persone intorno a un tale che propone un gioco d'azzardo. L'altro giorno mi sono fermato a guardare. Il gioco funzionava così: il tale ti mostra 3 carte, un Jack, una Donna e un Re, le mischia e ne scarta una. Per giocare, devi pagare diciamo 100 lire: dopodiché vinci o perdi qualcosa a seconda di quale carta è stata scartata e di qual è la carta su cui hai puntato.
In pratica si usa la tabella delle vincite riportata qui sotto: consegnate le 100 lire per la giocata, se viene scartata la figura indicata nella riga i e tu hai scelto quella indicata nella colonna j, prendi quanto indicato dall'elemento a_{ij}. Per cui se ad esempio hai puntato sul Jack e viene scartata la Donna prendi 75 lire (vale a dire ne perdi 25); se invece hai puntato sul Re ne prendi 125 (vale a dire ne vinci 25).

	J	**Q**	**K**
J	75	100	125
Q	75	50	125
K	75	100	25

L'omino al banco accettava puntate miste: ad esempio potevi mettere 20 lire sul Jack, 30 sulla Donna e 50 sul Re. Conoscendo la mia sfortuna al gioco mi chiedo se, nel caso peggiore, potrei mediamente vincere qualcosa… Formulate il problema in termini di programmazione lineare

2. Risolvere il problema 1 con il metodo del Simplesso indicando la prima e l'ultima base.

$$
\begin{array}{lrcl}
\max & y & & \\
 & y - 75x_J - 100x_Q - 125x_K & \le & 0 \\
 & y - 75x_J - 50x_Q - 125x_K & \le & 0 \\
 & y - 75x_J - 100x_Q - 25x_K & \le & 0 \\
 & x_J + x_Q + x_K & = & 1 \\
 & x_J, x_Q, x_K & \ge & 0
\end{array}
$$

Quindi risolvetelo con il metodo del Simplesso indicando la prima e l'ultima base negli spazi seguenti.

Calcoliamo una base ammissibile tramite il problema ausiliario

$$
\begin{array}{lrcl}
\min & w & & \\
 & y - 75x_J - 100x_Q - 125x_K + z_1 & \le & 0 \\
 & y - 75x_J - 50x_Q - 125x_K + z_2 & \le & 0 \\
 & y - 75x_J - 100x_Q - 25x_K + z_3 & \le & 0
\end{array}
$$

$$\begin{array}{lcr}
x_J + x_Q + x_K + w & = & 1 \\
x_J, x_Q, x_K, z_1, z_2, z_3, w & \geq & 0
\end{array}$$

0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	–75	–100	–125	1	0	0	0	0
1	–75	–50	–125	0	1	0	0	0
1	–75	–100	–25	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1

Forma canonica e prima base

0	–1	–1	–1	0	0	0	0	–1
1	–75	–100	–125	1	0	0	0	0
1	–75	–50	–125	0	1	0	0	0
1	–75	–100	–25	0	0	1	0	0
0	1	1	**1**	0	0	0	1	1

Seconda base e prima soluzione ammissibile

0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	50	25	0	1	0	0	0	125
1	50	75	0	0	1	0	0	125
1	–50	–75	0	0	0	1	0	25
0	1	1	1	0	0	0	1	1

Applichiamo ora il metodo del simplesso:

Prima base

1	0	0	0	0	0	0	0
1	50	25	0	1	0	0	125
1	50	75	0	0	1	0	125
1	–50	–75	0	0	0	1	25
0	1	1	1	0	0	0	1

Seconda base

0	50	75	0	0	0	–1	–25
0	100	100	0	1	0	–1	100
0	100	**150**	0	0	1	–1	100

1	–50	–75	0	0	0	1	25
0	1	1	1	0	0	0	1

Terza base (ottima)

0	0	0	0	0	–1/2	–1/2	–75
0	100/3	0	0	1	–2/3	–1/3	100/3
0	**2/3**	**1**	**0**	**0**	**1/150**	**–1/150**	**2/3**
1	0	0	0	0	1/2	1/2	75
0	1/3	0	1	0	–1/150	1/150	1/3

Soluzione ottima: $x_J = 0$, $x_Q = 0.67$, $x_K = 0.33$

Valore della soluzione: 75 lire