Cognome | S | O | L | U | Z | I | O | N | I | Nome | S | O | L | U | Z | I | O | N | I |

Matricola | X | X | X | X | X | X |

Ricerca Operativa - Prova scritta (I parte) (31 Marzo 2004)

Compito D/I

Esercizio #1 *(10 punti)* In un impianto per la lavorazione del legno delle assi di diverse lunghezze $l_1, l_2, \ldots, l_n$ vengono ricavate tagliando da assi standard, che vengono fornite dall'esterno in un numero limitato di lunghezze.

Nel caso considerato le diverse tipologie di assi da tagliare sono $n = 8$. Le loro lunghezze l_k, il quantitativo $r_k$richiesto per ciascuna tipologia k, e le lunghezze L_j delle assi standard dalle quali è possibile ricavarle sono riportate nelle tabelle seguenti:

Tipologia di asse richiesta	1	2	3	4	5	6	7	8
Lunghezza l_k dell'asse di tipo k (cm)	12	310	28	65	74	101	215	64
Numero r_k di assi di tipo k richieste	120	24	85	45	27	22	25	40

Tipologia di asse standard	A	B	C	D	E
Dimensione L_j dell'asse standard j (cm)	250	510	1040	1500	2120

Tenendo presente che ciascuna tipologia di asse richiesta va tagliata da assi standard della medesima lunghezza, si vuole risolvere il problema di ricavare tutte le assi richieste tagliando assi standard per una lunghezza complessiva minima. Formulare tale problema come ottimizzazione combinatoria.

(*Suggerimento*: adottare come insieme universale un opportuno insieme di coppie, ciascuna delle quali corrisponde a una possibile scelta).

- Indicare nella tabella seguente: l'insieme universale U, la regione ammissibile $\mathcal{F}$ e la funzione peso c.

l'insieme U è formato da	**coppie (k, j) = (tipo asse richiesta, tipo asse standard)**
$X \in \mathcal{F}$ se e solo se	$\boldsymbol{\{X \subseteq U : X}$ **è un assegnamento di assi standard ad assi richieste$\}$**
$\forall x \in U$, $c(x)$ vale	$\boldsymbol{c(x) = L_j \cdot \lceil r_k / \lfloor L_j / l_k \rfloor \rceil}$ **per $\boldsymbol{x = (k, j)}$**

- Successivamente, formula il problema risultante in termini di programmazione lineare 0-1.

$$x_{ks} = \begin{cases} 1 & \text{se per per produrre l'asse } k \text{ si tagliano assi standard di tipo } s \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad \forall (k, s) \in U$$

$$\min \sum_{k=1}^{8} \sum_{s=1}^{5} c_{ks} \cdot x_{ks}$$

$$\sum_{s=1}^{5} x_{ks} = 1 \qquad \forall k = 1, \ldots, 8$$

$$x_{ks} \in \{0, 1\} \qquad \forall k = 1, \ldots, 8 \qquad \forall s = 1, \ldots, 5$$

- Risolvere il problema mediante l'algoritmo greedy e riportare la soluzione nella tabella seguente:

Tipologia di asse richiesta	1	2	3	4	5	6	7	8
Asse standard tagliata	250	1040	510	1500	1040	510	250	1500

L'algoritmo greedy

[A] determina una soluzione ottima, perché **il problema è un matroide partizione**

[B] non determina una soluzione ottima, perché ____________________

Esercizio #2 *(5 punti)* Applicando il metodo di Fourier-Motzkin determinare un'espressione algebrica dell'involucro conico dei punti:

$$(-3, 0, -1)\ ,\ (6, 2, 2)$$

Si imposta il seguente sistema di disequazioni, quindi si proietta sulle sole variabili $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2}$

λ_1	λ_2	x_1	x_2	x_3	$\leq$ ...
-3	6	-1	0	0	0
3	-6	1	0	0	0
0	2	0	-1	0	0
0	-2	0	1	0	0
-1	2	0	0	-1	0
1	-2	0	0	1	0
-1	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0

Domande a risposta multipla

Marcare a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Ogni risposta esatta vale 2 punti; la risposta errata verrà valutata -1 punti; la domanda senza risposta vale 0 punti.

1. Sia $G = (V \cup V', E)$ un grafo bipartito e $\mathcal{C} \subseteq 2^E$ un edge cover di G. $\mathcal{C}$ è sempre:

   [A] un matching

   [B] un assegnamento

   [C] **nessuno dei precedenti**

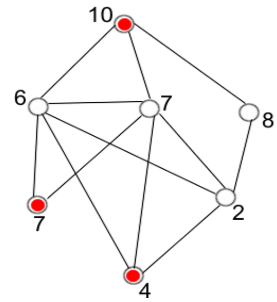
2. Sia $G = (V, E)$ un grafo simmetrico; sia $\{C, V - C\}$ una partizione in clique. Allora:

   [A] G è 2-colorabile

   [B] **$\bar{G}$ è bipartito**

   [C] G non contiene cicli dispari

3. L'algoritmo greedy per il calcolo dell'insieme stabile di peso massimo applicato al grafo in figura



   [A] **trova la soluzione ottima di valore** $\boxed{\mathbf{21}}$

   [B] non trova la soluzione ottima, perché ______________________

   [C] non è applicabile, perché ______________________

4. Sia $U \subset \mathbb{R}^2$ un insieme finito. Dato $a > 0$, sia $\mathcal{F}_a$ la famiglia costituita da tutti gli $X \subseteq U$ tali che $(x, y) \in X$ se e solo se $y = ax$. La coppia $(U, \mathcal{F}_a)$:

   [A] non è subclusiva

   [B] è subclusiva ma non è un matroide

   [C] **è un matroide**

5. Dato un grafo simmetrico $G = (V, E)$ si definisce la famiglia $\mathcal{F} \subseteq 2^E$:

$$\mathcal{F} = \left\{ X \subseteq E \mid \forall v \in V, \exists uu' \in X \text{ tale che } u = v \text{ oppure } u' = v \right\}$$

   [A] **$\mathcal{F}$ non è subclusiva**

   [B] $\mathcal{F}$ è subclusiva ma non non gode della proprietà di scambio

   [C] $\mathcal{F}$ gode della proprietà di scambio