

Cognome:
Nome:
Matricola:

Rispondere alle seguenti domande marcando a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate).

Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1. Il duale del problema

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 3x_2 \\ & x_2 - x_3 \leq 5 \\ & 7x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 3 \\ & -x_2 + x_3 = 25 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

è il problema

(A) $\max$	$-5y_1 + 3y_2 + 25y_3$	(B) $\max$	$5y_1 + 3y_2 + 25y_3$	(C) $\max$	$-5y_1 + 3y_2 + 25y_3$
	$7y_2 \leq 1$		$7y_2 \leq 1$		$7y_2 \leq 1$
	$y_1 - 6y_2 + y_3 \geq -3$		$y_1 - 6y_2 + y_3 \geq -3$		$y_1 - 6y_2 + y_3 \leq -3$
	$y_1 + y_2 + y_3 = 0$		$y_1 + y_2 + y_3 = 0$		$y_1 + y_2 + y_3 = 0$
	$y_1, y_2 \geq 0$		$y_1, y_2 \geq 0$		$y_1, y_2 \geq 0$

2. Se il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{cx} \\ & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

non ammette soluzione, allora il suo duale

- (A) è illimitato
 (B) ammette ottimo finito
 (C) non ammette soluzione

3. Siano $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ due soluzioni ammissibili dei problemi

$\max$	$\mathbf{cx}$	$\min$	$\mathbf{yb}$
	$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$		$\mathbf{yA} = \mathbf{c}$
			$\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$

allora esse sono ottime se e solo se

- A) $(\mathbf{c} - \mathbf{yA}) \cdot \mathbf{x} < 0$
 B) $(\mathbf{b} - \mathbf{Ax}) < 0$
 C) $(\mathbf{c} - \mathbf{yA}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y}(\mathbf{b} - \mathbf{Ax}) = 0$

Riservato al docente

<i>Risposte corrette</i>	
<i>Risposte inesatte</i>	
<i>Risposte mancanti</i>	
<i>Valutazione</i>	

Cognome:
Nome:
Matricola:

Risolvere i seguenti esercizi. La soluzione di ogni esercizio viene valutata fino a 5 punti.

1. Dov'è il trucco? – I

Dalle parti della Stazione Termini di Roma non è infrequente notare un gruppetto di persone intorno a un tale che propone un gioco d'azzardo. L'altro giorno mi sono fermato a guardare. Il gioco funzionava così: il tale ti mostra 3 carte, un Jack, una Donna e un Re, le mischia e ne scarta una. Tu punti su una carta, diciamo 100 lire: se la carta su cui hai puntato è quella scartata, perdi metà posta. Altrimenti vinci o perdi qualcosa a seconda di qual è la carta su cui hai puntato.

In pratica si usa la tabella delle vincite riportata qui sotto: consegnate le 100 lire per la giocata, se viene scartata la figura indicata nella riga i e tu hai scelto quella indicata nella colonna j , prendi quanto indicato dall'elemento a_{ij} . Per cui se ad esempio hai puntato sul Jack e viene scartata la Donna prendi 75 lire (vale a dire ne perdi 25); se invece hai puntato sul Re ne prendi 125 (vale a dire ne vinci 25).

	J	Q	K
J	50	100	125
Q	75	50	125
K	75	100	50

L'omino al banco accettava puntate miste: ad esempio potevi mettere 20 lire sul Jack, 30 sulla Donna e 50 sul Re. Conoscendo la mia sfortuna al gioco mi chiedo se, nel caso peggiore, potrei mediamente vincere qualcosa... Formulate il problema in termini di programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & y \\ & y - 50x_J - 100x_Q - 125x_K \leq 0 \\ & y - 75x_J - 50x_Q - 125x_K \leq 0 \\ & y - 75x_J - 100x_Q - 50x_K \leq 0 \\ & x_J + x_Q + x_K = 1 \\ & x_J, x_Q, x_K \geq 0 \end{aligned}$$

Quindi risolvetelo con il metodo del Simplexso indicando la prima e l'ultima base negli spazi seguenti.

Calcoliamo una base ammissibile tramite il problema ausiliario

$$\begin{aligned} \min \quad & w \\ & y - 50x_J - 100x_Q - 125x_K + z_1 \leq 0 \\ & y - 75x_J - 50x_Q - 125x_K + z_2 \leq 0 \\ & y - 75x_J - 100x_Q - 50x_K + z_3 \leq 0 \\ & x_J + x_Q + x_K + w = 1 \\ & x_J, x_Q, x_K, z_1, z_2, z_3, w \geq 0 \end{aligned}$$

0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	-50	-100	-125	1	0	0	0	0
1	-75	-50	-125	0	1	0	0	0
1	-75	-100	-50	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1

Forma canonica e prima base

0	-1	-1	-1	0	0	0	0	-1
1	-50	-100	-125	1	0	0	0	0
1	-75	-50	-125	0	1	0	0	0
1	-75	-100	-50	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1

Seconda base e prima soluzione ammissibile

0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	75	25	0	1	0	0	0	125
1	50	75	0	0	1	0	0	125
1	-25	-50	0	0	0	1	0	50
0	1	1	1	0	0	0	1	1

Applichiamo ora il metodo del semplice:

Prima base

1	0	0	0	0	0	0	0
1	75	25	0	1	0	0	125
1	50	75	0	0	1	0	125
1	-25	-50	0	0	0	1	50
0	1	1	1	0	0	0	1

Seconda base

0	25	50	0	0	0	-1	-50
0	100	75	0	1	0	-1	75
0	75	125	0	0	1	-1	75
1	-25	-50	0	0	0	1	50
0	1	1	1	0	0	0	1

Terza base (ottima)

0	-5	0	0	0	-2/5	-3/5	-80
0	55	0	0	1	-3/5	-2/5	30
0	3/5	1	0	0	1/125	-1/125	3/5
1	5	0	0	0	2/5	-2/5	80
0	2/5	0	1	0	-1/125	1/125	2/5

Soluzione ottima: $x_J = 0$, $x_Q = 0.6$, $x_K = 0.4$

Valore della soluzione: 80 lire