Cognome | S | O | L | U | Z | I | O | N | I | Nome | S | O | L | U | Z | I | O | N | I |

Matricola | X | X | X | X | X | X |

Ricerca Operativa - Prova scritta (I parte) (31 Marzo 2004)

Compito B/I

Esercizio #1 *(10 punti)*

Siamo alla fine di un trimestre di lezioni al dipartimento di Roditologia dell'Università di Mouseville; la segreteria sta provvedendo alla stesura del calendario degli esami. A tal fine deve decidere come gli esami in calendario (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) possano utilizzare l'unica aula disponibile (ovviamente l'aula può essere utilizzata per svolgere un esame per volta): in particolare si deve tener conto della disponibilità dei docenti d_k (ciascun esame ha un diverso docente, in particolare l'esame e_i è associato al docente d_i) nei giorni della sessione; infine, in ciascuna giornata, possono aver luogo al più due esami (uno la mattina e l'altro il pomeriggio). La seguente tabella riporta i giorni in cui ciascun docente è disponibile.

	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven
d_1	X			X	X
d_2		X	X	X	
d_3	X	X		X	
d_4		X	X		X
d_5	X		X		X

La segretaria ricorda alcune semplici nozioni di Ricerca Operativa e disegna un grafo che rappresenta il problema che deve affrontare.

- Indicare nella tabella seguente: l'insieme V dei vertici del grafo, l'insieme E dei suoi archi, l'insieme universale U, la regione ammissibile $\mathcal{F}$ e la funzione peso c.

ogni $v \in V$ corrisponde a	**un docente (esame) D oppure una mezza-giornata G**
$uv \in E$ se e solo se	**l'esame (docente) u può aver luogo (è disponibile) nella mezza-giornata v**
l'insieme U è formato da	**gli archi del grafo**
$X \in \mathcal{F}$ se e solo se	**è un matching (bipartito)**
$\forall x \in U$, $c(x)$ vale	**1**

- Successivamente, formula il problema risultante in termini di programmazione lineare 0-1.

$$x_{eg} = \begin{cases} 1 & \text{se l'esame } e \text{ si svolge nella mezza-giornata } g \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\max \sum_{e\in D} \sum_{g\in G} x_{eg}$$

$$\sum_{e\in D} x_{eg} \leq 1 \qquad \forall g \in G$$

$$\sum_{g\in G} x_{eg} \leq 1 \qquad \forall e \in D$$

$$x_{eg} \in \{0,1\} \qquad \forall e \in D,\ \forall g \in G$$

- Risolvere il problema mediante l'algoritmo greedy e riportare la soluzione nella tabella seguente:

Periodo	Lun/M	Lun/P	Mar/M	Mar/P	Mer/M	Mer/P	Gio/M	Gio/P	Ven/M	Ven/P
Esame	e_1	e_3	e_2	e_4	e_5					

(M=mattina, P=pomeriggio)

L'algoritmo greedy

[A] **determina una soluzione ottima, perché tutti gli esami vengono svolti.**

[B] non determina una soluzione ottima, perché ______________________

Esercizio #2 *(5 punti)* Applicando il metodo di Fourier-Motzkin determinare un'espressione algebrica dell'involucro conico dei punti:

$$(2, -3, 1)\ ,\ (4, -2, 1)$$

Si imposta il seguente sistema di disequazioni, quindi si proietta sulle sole variabili $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2}$

λ_1	λ_2	x_1	x_2	x_3	$\leq$ ...
2	4	-1	0	0	0
-2	-4	1	0	0	0
-3	-2	0	-1	0	0
3	2	0	1	0	0
1	1	0	0	-1	0
-1	-1	0	0	1	0
-1	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0

Domande a risposta multipla

Marcare a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Ogni risposta esatta vale 2 punti; la risposta errata verrà valutata -1 punti; la domanda senza risposta vale 0 punti.

1. Sia $G = (V, E)$ un grafo con due componenti connesse complete. Il suo complemento $\bar{G}$ è:

   [A] vuoto

   [B] planare

   [C] **bipartito**

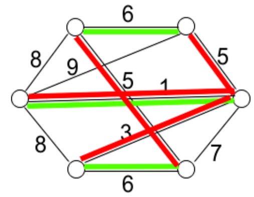
2. In un grafo simmetrico $G = (V, E)$ sia E' un matching. Allora i nodi del grafo $G' = (V, E \cap E')$ hanno grado

   [A] **al più 1**

   [B] esattamente 1

   [C] almeno 1

3. L'algoritmo greedy per il calcolo dell'edge cover di peso minimo applicato al grafo in figura



[A] trova la soluzione ottima di valore ______

[B] **non trova la soluzione ottima, perché il greedy restituisce un edge cover di peso 14 mentre l'ottimo vale 13**

[C] non è applicabile, perché ______

4. Sia $U \subset \mathbb{R}^3$ un insieme finito. Sia $\mathcal{F}$ la famiglia costituita da tutti gli $X \subseteq U$ tali che $(x, y, z) \in X$ se e solo se $z = x + y$. La coppia $(U, \mathcal{F})$:

[A] non è subclusiva

[B] è subclusiva ma non è un matroide

[C] **è un matroide**

5. Dato un grafo simmetrico $G = (V, E)$ si definisce la famiglia $\mathcal{F} \subseteq 2^V$:

$$\mathcal{F} = \{X \subseteq V \mid \forall uv \in E,\ u \notin X \text{ OR } v \notin X\}$$

[A] $\mathcal{F}$ non è subclusiva

[B] **$\mathcal{F}$ è subclusiva ma non non gode della proprietà di scambio**

[C] $\mathcal{F}$ gode della proprietà di scambio