

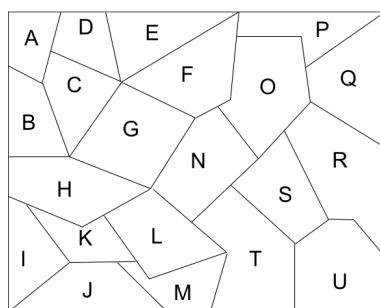
Ricerca Operativa - Prova scritta (I parte) (31 Marzo 2004)

Compito A/I

Esercizio #1 (10 punti)

Il prof. Etabeta è nei guai. Lo svolgimento della prova scritta del suo esame di Teoria delle Invenzioni si svolgerà in un'aula in cui i posti-studenti hanno una disposizione un po' particolare (in figura a ciascuna area corrisponde un posto-studente). Accade perciò che ogni studente *malizioso* potrebbe copiare le risposte date da un qualsiasi suo collega che occupi un posto a lui adiacente ... a meno che il professore non preveda un certo numero di compiti differenti.

Pertanto si rivolge al suo collega di Ricerca Operativa: quest'ultimo ritiene che perfino gli studenti del suo corso sono in grado di trovare una formulazione (in termini di ottimizzazione combinatoria) al problema del prof. Etabeta.



- Indicare nella tabella seguente: l'insieme V dei vertici del grafo, l'insieme E dei suoi archi, l'insieme universale U , la regione ammissibile $\mathcal{F}$ e la funzione peso c .

ogni $v \in V$ corrisponde a	un posto-studente
$uv \in E$ se e solo se	gli studenti u e v occupano posti adiacenti
l'insieme U è formato da	gli insiemi stabili di $G = (V, E)$ (studenti con il medesimo compito)
$X \in \mathcal{F}$ se e solo se	X è composto da insiemi stabili che coprono V
$\forall x \in U$, $c(x)$ vale	1

- Successivamente, formula il problema risultante in termini di programmazione lineare 0-1.

Sia S l'insieme di tutti gli insiemi stabili di G

$$x_s = \begin{cases} 1 & \text{se l'insieme stabile } s \text{ viene prescelto} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad \forall s \in S$$

$$\min \sum_{s \in S} x_s$$

$$\sum_{s: v \in s} x_s \geq 1 \quad \forall v \in V$$

$$x_s \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S$$

- Risolvere il problema mediante l'algoritmo greedy e riportare la soluzione nella tabella seguente: 2

<i>Studente</i>	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
<i>Compito</i>	1	2	3	2	1	2	3	1	2	1	3
<i>Studente</i>	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	
<i>Compito</i>	2	4	1	2	1	2	1	2	3	4	

L'algoritmo greedy

[A] **determina una soluzione ottima, perché la minima colorazione è 4 e non ne esiste una di valore 3**

[B] non determina una soluzione ottima, perché _____

Esercizio #2 (5 punti) Applicando il metodo di Fourier-Motzkin determinare un'espressione algebrica dell'involucro affine dei punti:

$$(6, 1, -1) , (3, -2, 1)$$

Si imposta il seguente sistema di disequazioni, quindi si proietta sulle sole variabili λ_1, λ_2

λ_1	λ_2	x_1	x_2	x_3	$\leq \dots$
6	3	-1	0	0	0
-6	-3	1	0	0	0
1	-2	0	-1	0	0
-1	2	0	1	0	0
-1	1	0	0	-1	0
1	-1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1
-1	-1	0	0	0	-1

Domande a risposta multipla

Marcare a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Ogni risposta esatta vale 2 punti; la risposta errata verrà valutata -1 punti; la domanda senza risposta vale 0 punti.

1. In un grafo simmetrico $G = (V, E)$ sia $\{S, V - S\}$ una partizione in insiemi stabili con $|S| \geq |V - S|$. Allora

[A] $\chi(\bar{G}) \geq |S|$

[B] $\chi(\bar{G}) \leq |V - S|$

[C] $\chi(\bar{G}) \leq |S|$

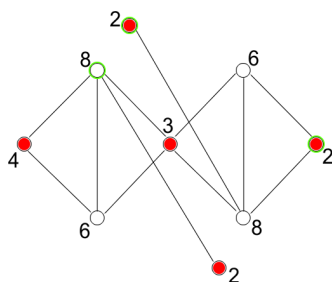
2. Un grafo simmetrico $G = (V, E)$ privo di cicli dispari è:

[A] planare

[B] euleriano

[C] **2-colorabile**

3. L'algoritmo greedy per il calcolo dell'insieme dominante di peso minimo applicato al grafo in figura ³



[A] trova la soluzione ottima di valore

[B] **non trova la soluzione ottima, perché il greedy restituisce un insieme dominante di peso 13 mentre l'ottimo vale 12**

[C] non è applicabile, perché _____

4. Sia $U \subset \mathbb{R}^3$ un insieme finito. Sia $\mathcal{F}$ la famiglia costituita da tutti gli $X \subseteq U$ tali che $(x, y, z) \in X$ se e solo se $z^2 = x^2 + y^2$. La coppia $(U, \mathcal{F})$:

[A] non è subclusiva

[B] è subclusiva ma non è un matroide

[C] **è un matroide**

5. Dato un grafo simmetrico $G = (V, E)$ si definisce la famiglia $\mathcal{F} \subseteq 2^E$:

$$\mathcal{F} = \{X \subseteq E \mid \forall u \in V : uv \in X \implies 1 \leq \deg(u) \leq 2\}$$

($\deg(u)$: grado del nodo u)

[A] $\mathcal{F}$ non è subclusiva

[B] $\mathcal{F}$ è subclusiva ma non gode della proprietà di scambio

[C] **$\mathcal{F}$ gode della proprietà di scambio**