Cognome | | | | | | | | | | | | | | | | Nome | | | | | | | | | | | | | | | |

Matricola | | | | | | |

Ricerca Operativa - Prova intermedia (19 Febbraio 2004)

Compito B

Risolvere il seguente esercizio *(10 punti)*

Si supponga di avere una regione suddivisa in diverse aree. La nuova compagnia telefonica Stormtel vuole pianificare la sistemazione delle sue antenne in modo da assicurare la copertura all'intero territorio: i tecnici della compagnia sanno che se l'antenna viene sistemata in una certa area, essa assicurerà la copertura per l'area in cui si trova e per le altre ad essa adiacenti.

Sfruttando un opportuno grafo, formulare in termini di ottimizzazione combinatorica il problema di scegliere il minor gruppo di antenne in grado di servire l'intero territorio.

Indicare nella tabella seguente: l'insieme V dei vertici del grafo, l'insieme E dei suoi archi, l'insieme universale U, la regione ammissibile $\mathcal{F}$ e la funzione peso c.

ogni $v \in V$ corrisponde a	**un'area della regione**
$uv \in E$ se e solo se	u **e** v **corrispondono ad aree adiacenti**
l'insieme U è formato da	**i nodi del grafo**
$X \in \mathcal{F}$ se e solo se	X **è dominante**
$\forall x \in U$, $c(x)$ vale	**1**

Successivamente, formulare il problema risultante in termini di programmazione lineare 0-1.

$$x_v = \begin{cases} 1 & \text{se viene messa un'antenna nella regione } v \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\min \sum_{v \in V} x_v$$

$$\sum_{u:uv \in E} x_u \geq 1 - x_v \qquad \forall v \in V$$

$$x_v \in \{0,1\} \qquad \forall v \in V$$

Domande a risposta multipla

Marcare a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Ogni risposta esatta vale 2 punti; la risposta errata verrà valutata -2 punti; la domanda senza risposta vale 0 punti.

1. il grafo completo K_4

   [A] è bipartito

   [B] è aciclico

   [C] **è planare**

Cognome | | | | | | | | | | | | | | | | Nome | | | | | | | | | | | | | | | |

Matricola | | | | | | |

2. Un albero:

   [A] **è 2-colorabile**

   [B] non è sempre bipartito

   [C] non è mai bipartito

3. L'algoritmo greedy applicato al problema della massima clique su un grafo bipartito

   [A] trova sempre una soluzione ottima

   [B] **non trova in generale una soluzione ottima**

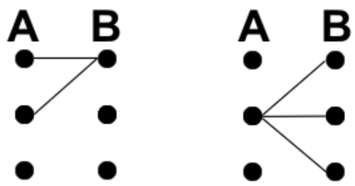
   [C] non trova mai la soluzione ottima

4. Sia U un insieme finito e $\mathcal{F}$, $\mathcal{F}'$ due famiglie di sottoinsiemi di U. Supponendo che $(U, \mathcal{F})$ e $(U, \mathcal{F}')$ siano matroidi. Allora $(U, \mathcal{F} \cup \mathcal{F}')$

   [A] **è subclusivo ma non è un matroide; si consideri, ad esempio, la seguente figura che riporta due possibili assegnamenti. Comunque si sceglie un arco dal secondo assegnamento (non presente nel primo) e lo si aggiunge al primo non si ha più un assegnamento**

   [B] è un matroide

   [C] non è subclusivo



5. Sia dato un grafo simmetrico $G = (V, E)$ nel quale V è l'insieme dei nodi ed E quello degli archi; si definisca la famiglia F_G di sottoinsiemi di E nel modo seguente:

$$F_G = \{A \subseteq E | \forall a, b \in A \ a \neq b \implies a \text{ e } b \text{ non hanno nodi in comune}\}$$

   [A] la coppia (E, F_G) non è subclusiva

   [B] **la coppia (E, F_G) è subclusiva ma non è un matroide**

   [C] la coppia (E, F_G) è un matroide

6. Il vettore $(3, 1, -1)$ è combinazione:

   [A] conica ma non convessa

   [B] convessa

   [C] **affine ma non convessa con coefficienti** $(-1, 0, 2)$

   dei vettori $(5, 1, -1)$, $(3, -2, 1)$, $(4, 1, -1)$.

7. Sia dato il seguente sistema di disequazioni lineari:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
8x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & \leq & 6 \\
2x_1 & & & - & x_3 & - & 2x_4 & \leq & 3 \\
-x_1 & - & 2x_2 & + & \frac{3}{2}x_3 & - & 3x_4 & \leq & 4 \\
x_1 & & & & & & & \geq & 0 \\
& & x_2 & & & & & \leq & \frac{1}{2} \\
& & & & x_3 & & & \geq & 1 \\
& & & & & & x_4 & \geq & 1
\end{array}$$

[A] il sistema è incompatibile

[B] **il sistema è compatibile con soluzione** $\underline{\left|\, 0 \,\middle|\, \frac{1}{2} \,\middle|\, 1 \,\middle|\, 1 \,\right|}$