

Ricerca Operativa - Prova intermedia (19 Febbraio 2004)

Compito A

Risolvere il seguente esercizio (10 punti)

Come è noto, durante le Olimpiadi, gare di diverse specialità si svolgono in contemporanea (o comunque in periodi temporali non completamente distinti). Mario Rossi, giornalista sportivo per una nota testata nazionale, non avendo il dono dell'ubiquità deve scegliere quali eventi seguire. È chiaro che il sig. Rossi ad una gara eliminatoria preferirà una gara di finale (o comunque una di maggior interesse).

Sfruttando un opportuno grafo, formulare in termini di ottimizzazione combinatorica il problema di scegliere il miglior gruppo di eventi che Mario Rossi può seguire personalmente.

Indicare nella tabella seguente: l'insieme V dei vertici del grafo, l'insieme E dei suoi archi, l'insieme universale U , la regione ammissibile $\mathcal{F}$ e la funzione peso c .

ogni $v \in V$ corrisponde a	una gara
$uv \in E$ se e solo se	le gare u e v avvengono in periodi temporali non disgiunti
l'insieme U è formato da	i nodi del grafo
$X \in \mathcal{F}$ se e solo se	X è un insieme stabile
$\forall x \in U$, $c(x)$ vale	un numero positivo che indica l'importanza della gara

$uv \in E$ se e solo se	le gare u e v avvengono in periodi temporali non disgiunti
-------------------------	--

l'insieme U è formato da	i nodi del grafo
----------------------------	-------------------------

$X \in \mathcal{F}$ se e solo se	X è un insieme stabile
----------------------------------	--------------------------

$\forall x \in U, c(x)$ vale	un numero positivo che indica l'importanza della gara
------------------------------	---

Successivamente, formulare il problema risultante in termini di programmazione lineare 0-1.

$$x_v = \begin{cases} 1 & \text{se la gara } v \text{ viene seguita dal sig. Rossi} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\max \sum_{v \in V} c(v)x_v$$

$$x_u + x_v \leq 1 \quad \forall uv \in E$$

$$x_v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V$$

Domande a risposta multipla

Marcare a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Ogni risposta esatta vale 2 punti; la risposta errata verrà valutata -2 punti; la domanda senza risposta vale 0 punti.

1. Un grafo privo di cicli dispari:

- [A] può essere bipartito
[B] non è mai bipartito
[C] **è sempre bipartito**

2. Un matching massimale induce:

- [A] un sottografo connesso
 [B] **un sottografo bipartito**
 [C] un sottografo che include tutti i nodi

3. Quale dei seguenti insiemi di archi di un grafo non costituisce una famiglia subclusiva?

- [A] archi che formano una foresta
 [B] **archi che formano alberi ricoprenti**
 [C] archi che formano sottografi bipartiti

4. Sia E un insieme finito; la coppia $(E, 2^E)$

- [A] **è sempre un matroide**
 [B] gode sempre della proprietà di subclusione
 [C] a volte gode della proprietà di subclusione

5. Sia dato un grafo simmetrico $G = (V, E)$ nel quale V è l'insieme dei nodi ed E quello degli archi; si definisca la seguente famiglia di sottoinsiemi di E :

$$F = \{A \subseteq E \mid \exists v \in V \text{ tale che ogni arco } a \in A \text{ è incidente a } v\}$$

Si assuma che $\emptyset \in \mathcal{F}$.

- [A] la coppia (E, F) è subclusiva
 [B] **la coppia (E, F) è subclusiva ma non è un matroide**
 [C] la coppia (E, F) è un matroide

6. Il vettore $(2, -2, \frac{1}{3})$ è combinazione:

- [A] **conica ma non convessa con coefficienti $(\frac{7}{9}, \frac{5}{9}, \frac{1}{9})$**
 [B] convessa
 [C] affine ma non convessa

dei vettori $(2, -3, 1)$, $(0, 1, -1)$, $(4, -2, 1)$.

7. Sia dato il seguente sistema di disequazioni lineari:

$$\begin{array}{rcccccl} 6x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & \leq & 10 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & \leq & 3 \\ -3x_1 & - & \frac{1}{2}x_2 & + & \frac{3}{2}x_3 & - & 3x_4 & \leq & 6 \\ x_1 & & & & & & & \geq & 0 \\ & & x_2 & & & & & \leq & \frac{1}{2} \\ & & & & x_3 & & & \geq & 2 \\ & & & & & & x_4 & \geq & 1 \end{array}$$

- [A] il sistema è incompatibile
 [B] **il sistema è compatibile con soluzione**

0	0	2	1
---	---	---	---