

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Rispondere alle domande marcando a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata vale -1 punto. Risolvere inoltre gli esercizi indicati. La soluzione di ogni esercizio viene valutata fino a 5 punti.

1. Sia x_u una variabile binaria associata a ciascun nodo u del grafo $G = (V, E)$. Il programma lineare intero:

$$(P) \quad \max \quad \sum_{u \in V} x_u$$

$$x_u + x_v \leq 1 \quad \text{per ogni } uv \in E$$

$$x_u \in \{0, 1\} \quad \text{per ogni } u \in V$$

- formula un problema di
- [A] massima clique
 - [B] massimo insieme stabile
 - [C] massimo matching

2. Con riferimento al grafo mostrato in figura, scrivere il duale (D) del problema ottenuto dal precedente sostituendo i vincoli $x_u \in \{0, 1\}$ con $x_u \geq 0$.

$$(D) \quad \min \quad x_{ab} + x_{ae} + x_{bc} + x_{cd} + x_{cf} + x_{de} + x_{ef}$$

$$x_{ab} + x_{ae} \geq 1$$

$$x_{ab} + x_{bc} \geq 1$$

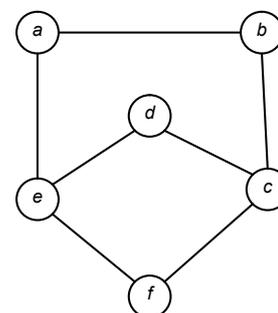
$$x_{bc} + x_{cd} + x_{cf} \geq 1$$

$$x_{cd} + x_{de} \geq 1$$

$$x_{ae} + x_{de} + x_{ef} \geq 1$$

$$x_{cf} + x_{ef} \geq 1$$

$$x_{ab}, x_{ae}, x_{bc}, x_{cd}, x_{cf}, x_{de}, x_{ef} \geq 0$$



3. Se si richiede che le variabili del problema (D) sopra scritto siano binarie, si ottiene un problema di

- [A] minimo node cover
- [B] minimo edge cover
- [C] minimo insieme dominante

4. Applicando il metodo del simplesso si determini se il rilassamento lineare del problema (P) ammette una soluzione con valore ≥ 2 . Riportare nelle tabelle seguenti la base iniziale e la base finale

1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1					1						1
1				1			1					1
	1	1						1				1
		1	1						1			1
		1			1					1		1
				1	1						1	1

0	-1	0	1	1	1	-1	0	-1	0	0	0	-2
1	1					1						1
	-1			1		-1	1					0
	1	1						1				1
	-1		1					-1	1			0
	-1				1			-1				0
			1	1						1		1
				1	1						1	1

5. Si rappresenti sul retro del foglio la proiezione del poliedro seguente nello spazio (x_1, x_2) :

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq x_4 \quad x_1 + x_2 + x_3 = 2 \quad x_4 \leq 3$$

La proiezione richiesta si ottiene eliminando tramite il metodo di Fourier-Motzkin le variabili x_3, x_4 :

x_1	x_2	x_3	x_4	\leq
3	2	1	-1	0
1	1	1	0	2
-1	-1	-1	0	-2
0	0	0	1	3

x_1	x_2	x_3	x_4	\leq
3	2	1	0	3
1	1	1	0	2
-1	-1	-1	0	-2

x_1	x_2	x_3	x_4	\leq
2	1	0	0	1
0	0	0	0	0

La proiezione cercata è quindi costituita dalla sola disuguaglianza

$$2x_1 + x_2 \leq 1$$

e la rappresentazione del poliedro proiezione è:

