Esercizi di formulazione

Problema 1

Un terreno di forma rettangolare è coltivato con due tecniche distinte, j =1,2, per due anni consecutivi i =1,2. Con la tecnica j, nell'anno i, si ricavano a_{ij} tonnellate di prodotto per Km^2 ad un costo unitario pari a c_{ij}. Il fabbisogno di prodotto per l'anno i è pari a b_i, i =1,..2.

Vincolo sulla riconversione: la superficie coltivata con tecnica j nell'anno 1 non può differire da quella coltivata con la stessa tecnica nell'anno 2 per una quantità maggiore di un certo Δ.

Problema 1

Problema: decidere, per ciascun anno, la suddivisione del terreno fra le due tecniche che soddisfi i fabbisogni di prodotto minimizzando i costi di produzione.

Variabili: x_{ij} superficie di terreno coltivata nell'anno i con la tecnica j.

$$\min \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2} c_{ij}x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{2} x_{ij} \le L \cdot H \quad i=1,2$$

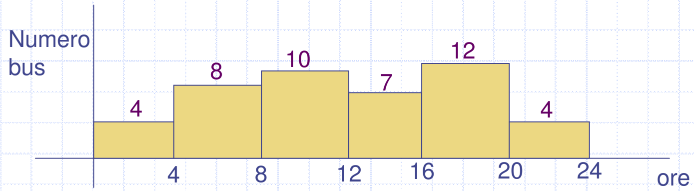
$$\sum_{j=1}^{2} a_{ij}x_{ij} = b_i \quad i=1,2$$

$$\boxed{| x_{1j} - x_{2j} | \le \Delta \quad j=1,2} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{ll} y_j = x_{1j} - x_{2j} & j=1,2 \\ z_j \le \Delta & j=1,2 \\ z_j - y_j \ge 0 & j=1,2 \\ z_j + y_j \ge 0 & j=1,2 \end{array}}$$

$$x_{ij} \ge 0 \quad i,j=1,2$$

Problema 2

Una compagnia di trasporto deve pianificare l'impiego di autobus su una linea fissata soddisfacendo a costo minimo la domanda. Nel diagramma seguente è riportato il numero di autobus necessario nel corso della giornata per soddisfare la domanda.



Problema 2

- Ogni autobus può operare solo 8 ore consecutive al giorno.
- Il turno può iniziare alle ore 0, 4, 8, 12, 16, 20.

Problema: minimizzare il numero complessivo di autobus in modo tale che in ogni momento della giornata sia in servizio un numero di autobus non inferiore a quello richiesto.

Variabili: x_i, $i \in I = \{0, 4, 8, 12, 16, 20\}$, numero di autobus che entrano in servizio all'ora *i*.

Problema 2

Formulazione:

$$\min \sum_{i \in I} x_i$$

$$x_0 \geq 4$$

$$x_0 + x_4 \geq 8$$

$$x_4 + x_8 \geq 10$$

$$x_8 + x_{12} \geq 7$$

$$x_{12} + x_{16} \geq 12$$

$$x_{16} + x_{20} \geq 4$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in I$$

Problema 3

Un' industria produce 5 prodotti usando 3 macchine. Ciascun prodotto deve essere lavorato su ciascuna macchina per un tempo (in minuti) pari a

macchine

prodotti	1	2	3
A	12	8	5
B	7	9	10
C	8	4	7
D	10	0	3
E	7	11	2

Problema 3

- Ciascuna macchina è disponibile per un numero massimo di 128 ore settimanali.
- I costi orari di impiego delle 3 macchine sono pari rispettivamente a 4, 4 e 3 €.
- La materia prima per unità di prodotto costa 2 € per A, B e C e 1 € per D ed E.

Problema:

A. pianificare la produzione settimanale massimizzando il profitto nell'ipotesi che i prodotti siano venduti al prezzo unitario di rispettivamente 5, 4, 5, 4, 4 €.

B. Pianificare la produzione settimanale nel caso in cui solo le prime 20 unità dei prodotti D ed E possono essere vendute al prezzo unitario di 4 €, mentre ogni unità in eccesso è venduta a 3 €.

Problema 3

Variabili: x_i, $i \in I = \{A, B, C, D, E\}$, produzione settimanale del prodotto i.

Funzione obiettivo:

$$\max \left(5-2-\frac{12}{60}4-\frac{8}{60}4-\frac{5}{60}3\right)x_A+\left(4-2-\frac{7}{60}4-\frac{9}{60}4-\frac{10}{60}3\right)x_B+$$
$$\left(5-2-\frac{8}{60}4-\frac{4}{60}4-\frac{7}{60}3\right)x_C+\left(4-1-\frac{10}{60}4-\frac{3}{60}3\right)x_D+\left(4-1-\frac{7}{60}4-\frac{11}{60}4-\frac{2}{60}3\right)x_E$$

Vincoli:

$$\frac{12}{60}x_A+\frac{7}{60}x_B+\frac{8}{60}x_C+\frac{10}{60}x_D+\frac{7}{60}x_E \le 128$$
$$\frac{8}{60}x_A+\frac{9}{60}x_B+\frac{4}{60}x_C+\frac{11}{60}x_E \le 128$$
$$\frac{5}{60}x_A+\frac{10}{60}x_B+\frac{7}{60}x_C+\frac{3}{60}x_D+\frac{2}{60}x_E \le 128, \quad x_i \ge 0 \quad i \in I.$$

Problema 3

Formulazione A:

$$\max \frac{17}{12}x_A+\frac{13}{30}x_B+\frac{37}{20}x_C+\frac{131}{60}x_D+\frac{17}{10}x_E$$
$$\frac{12}{60}x_A+\frac{7}{60}x_B+\frac{8}{60}x_C+\frac{10}{60}x_D+\frac{7}{60}x_E \le 128$$
$$\frac{8}{60}x_A+\frac{9}{60}x_B+\frac{4}{60}x_C+\frac{11}{60}x_E \le 128$$
$$\frac{5}{60}x_A+\frac{10}{60}x_B+\frac{7}{60}x_C+\frac{3}{60}x_D+\frac{2}{60}x_E \le 128$$
$$x_i \ge 0 \quad i \in I.$$

Problema 3

Formulazione B:

y_D, y_E unità in eccesso dei prodotti D ed E.

$$\max \frac{17}{12}x_A+\frac{13}{30}x_B+\frac{37}{20}x_C+\frac{131}{60}x_D+\frac{17}{10}x_E-y_D-y_E$$
$$\frac{12}{60}x_A+\frac{7}{60}x_B+\frac{8}{60}x_C+\frac{10}{60}x_D+\frac{7}{60}x_E \le 128$$
$$\frac{8}{60}x_A+\frac{9}{60}x_B+\frac{4}{60}x_C+\frac{11}{60}x_E \le 128$$
$$\frac{5}{60}x_A+\frac{10}{60}x_B+\frac{7}{60}x_C+\frac{3}{60}x_D+\frac{2}{60}x_E \le 128$$
$$y_D \ge x_D - 20$$
$$y_E \ge x_E - 20$$
$$x_i \ge 0 \quad i \in I$$
$$y_D, y_E \ge 0$$