



# Esercizi di formulazione

## Problema 1

Un terreno di forma rettangolare è coltivato con due tecniche distinte,  $j = 1, 2$ , per due anni consecutivi  $i = 1, 2$ . Con la tecnica  $j$ , nell'anno  $i$ , si ricavano  $a_{ij}$  tonnellate di prodotto per  $Km^2$  ad un costo unitario pari a  $c_{ij}$ . Il fabbisogno di prodotto per l'anno  $i$  è pari a  $b_i$ ,  $i = 1, \dots, 2$ .

H Km



L Km

**Vincolo sulla riconversione:** la superficie coltivata con tecnica  $j$  nell'anno 1 non può differire da quella coltivata con la stessa tecnica nell'anno 2 per una quantità maggiore di un certo  $\Delta$ .

# Problema 1

**Problema:** decidere, per ciascun anno, la suddivisione del terreno fra le due tecniche che soddisfi i fabbisogni di prodotto minimizzando i costi di produzione.

**Variabili:**  $x_{ij}$  superficie di terreno coltivata nell'anno  $i$  con la tecnica  $j$ .

$$\min \sum_{i=1,2} \sum_{j=1,2} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^2 x_{ij} \leq L \cdot H \quad i = 1, 2$$

$$\sum_{j=1}^2 a_{ij} x_{ij} = b_i \quad i = 1, 2$$

$$|x_{1j} - x_{2j}| \leq \Delta \quad j = 1, 2$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2$$



$$y_j = x_{1j} - x_{2j} \quad j = 1, 2$$

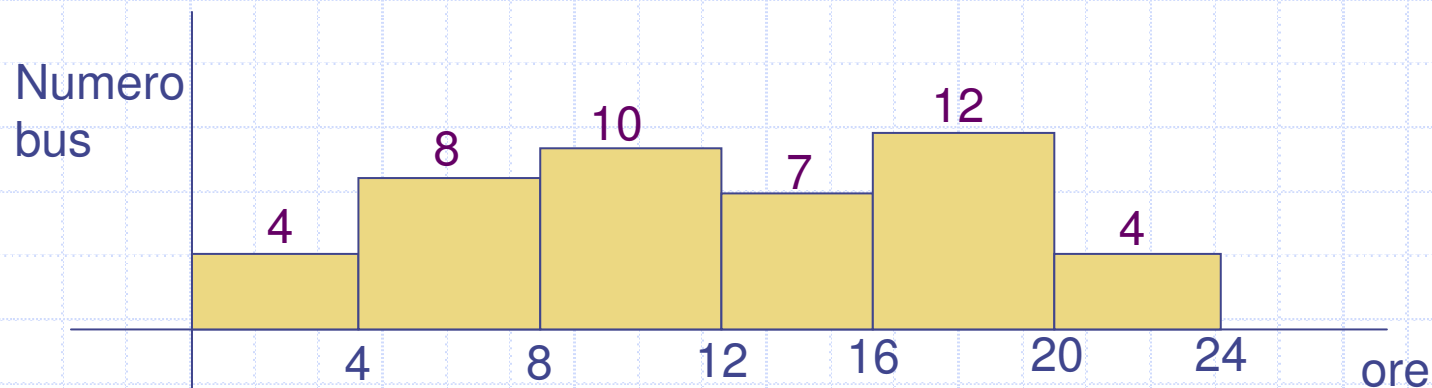
$$z_j \leq \Delta \quad j = 1, 2$$

$$z_j - y_j \geq 0 \quad j = 1, 2$$

$$z_j + y_j \geq 0 \quad j = 1, 2$$

## Problema 2

Una compagnia di trasporto deve pianificare l'impiego di autobus su una linea fissata soddisfacendo a costo minimo la domanda. Nel diagramma seguente è riportato il numero di autobus necessario nel corso della giornata per soddisfare la domanda.



## Problema 2

- Ogni autobus può operare solo 8 ore consecutive al giorno.
- Il turno può iniziare alle ore 0, 4, 8, 12, 16, 20.

**Problema:** minimizzare il numero complessivo di autobus in modo tale che in ogni momento della giornata sia in servizio un numero di autobus non inferiore a quello richiesto.

**Variabili:**  $x_i$ ,  $i \in I = \{0, 4, 8, 12, 16, 20\}$ , numero di autobus che entrano in servizio all'ora  $i$ .

## Problema 2

Formulazione:

$$\min \sum_{i \in I} x_i$$

$$x_0 \geq 4$$

$$x_0 + x_4 \geq 8$$

$$x_4 + x_8 \geq 10$$

$$x_8 + x_{12} \geq 7$$

$$x_{12} + x_{16} \geq 12$$

$$x_{16} + x_{20} \geq 4$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in I$$

## Problema 3

Un'industria produce 5 prodotti usando 3 macchine. Ciascun prodotto deve essere lavorato su ciascuna macchina per un tempo (in minuti) pari a

		macchine		
		1	2	3
prodotti	A	12	8	5
	B	7	9	10
	C	8	4	7
	D	10	0	3
	E	7	11	2

## Problema 3

- Ciascuna macchina è disponibile per un numero massimo di 128 ore settimanali.
- I costi orari di impiego delle 3 macchine sono pari rispettivamente a 4, 4 e 3 €.
- La materia prima per unità di prodotto costa 2 € per A, B e C e 1 € per D ed E.

### Problema:

- A. pianificare la produzione settimanale massimizzando il profitto nell'ipotesi che i prodotti siano venduti al prezzo unitario di rispettivamente 5, 4, 5, 4, 4 €.
- B. Pianificare la produzione settimanale nel caso in cui solo le prime 20 unità dei prodotti D ed E possono essere vendute al prezzo unitario di 4 €, mentre ogni unità in eccesso è venduta a 3 €.



## Problema 3

**Variabili:**  $x_i$   $i \in I = \{A, B, C, D, E\}$ , produzione settimanale del prodotto  $i$ .

**Funzione obiettivo:**

$$\max \left( 5 - 2 - \frac{12}{60}4 - \frac{8}{60}4 - \frac{5}{60}3 \right) x_A + \left( 4 - 2 - \frac{7}{60}4 - \frac{9}{60}4 - \frac{10}{60}3 \right) x_B + \\ \left( 5 - 2 - \frac{8}{60}4 - \frac{4}{60}4 - \frac{7}{60}3 \right) x_C + \left( 4 - 1 - \frac{10}{60}4 - \frac{3}{60}3 \right) x_D + \left( 4 - 1 - \frac{7}{60}4 - \frac{11}{60}4 - \frac{2}{60}3 \right) x_E$$

**Vincoli:**

$$\frac{12}{60}x_A + \frac{7}{60}x_B + \frac{8}{60}x_C + \frac{10}{60}x_D + \frac{7}{60}x_E \leq 128$$

$$\frac{8}{60}x_A + \frac{9}{60}x_B + \frac{4}{60}x_C + \frac{11}{60}x_E \leq 128$$

$$\frac{5}{60}x_A + \frac{10}{60}x_B + \frac{7}{60}x_C + \frac{3}{60}x_D + \frac{2}{60}x_E \leq 128, \quad x_i \geq 0 \quad i \in I.$$

## Problema 3

### Formulazione A:

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{17}{12}x_A + \frac{13}{30}x_B + \frac{37}{20}x_C + \frac{131}{60}x_D + \frac{17}{10}x_E \\ & \frac{12}{60}x_A + \frac{7}{60}x_B + \frac{8}{60}x_C + \frac{10}{60}x_D + \frac{7}{60}x_E \leq 128 \\ & \frac{8}{60}x_A + \frac{9}{60}x_B + \frac{4}{60}x_C + \frac{11}{60}x_E \leq 128 \\ & \frac{5}{60}x_A + \frac{10}{60}x_B + \frac{7}{60}x_C + \frac{3}{60}x_D + \frac{2}{60}x_E \leq 128 \\ & x_i \geq 0 \quad i \in I. \end{aligned}$$

## Problema 3

### Formulazione B:

$y_D, y_E$  unità in eccesso dei prodotti D ed E.

$$\max \quad \frac{17}{12}x_A + \frac{13}{30}x_B + \frac{37}{20}x_C + \frac{131}{60}x_D + \frac{17}{10}x_E - y_D - y_E$$

$$\frac{12}{60}x_A + \frac{7}{60}x_B + \frac{8}{60}x_C + \frac{10}{60}x_D + \frac{7}{60}x_E \leq 128$$

$$\frac{8}{60}x_A + \frac{9}{60}x_B + \frac{4}{60}x_C + \frac{11}{60}x_E \leq 128$$

$$\frac{5}{60}x_A + \frac{10}{60}x_B + \frac{7}{60}x_C + \frac{3}{60}x_D + \frac{2}{60}x_E \leq 128$$

$$y_D \geq x_D - 20$$

$$y_E \geq x_E - 20$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in I$$

$$y_D, y_E \geq 0$$