

Esercitazione 1

Programmazione lineare

Esercizio

Dato il problema

$$\max \quad 3x_1 + 2x_2$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 12$$

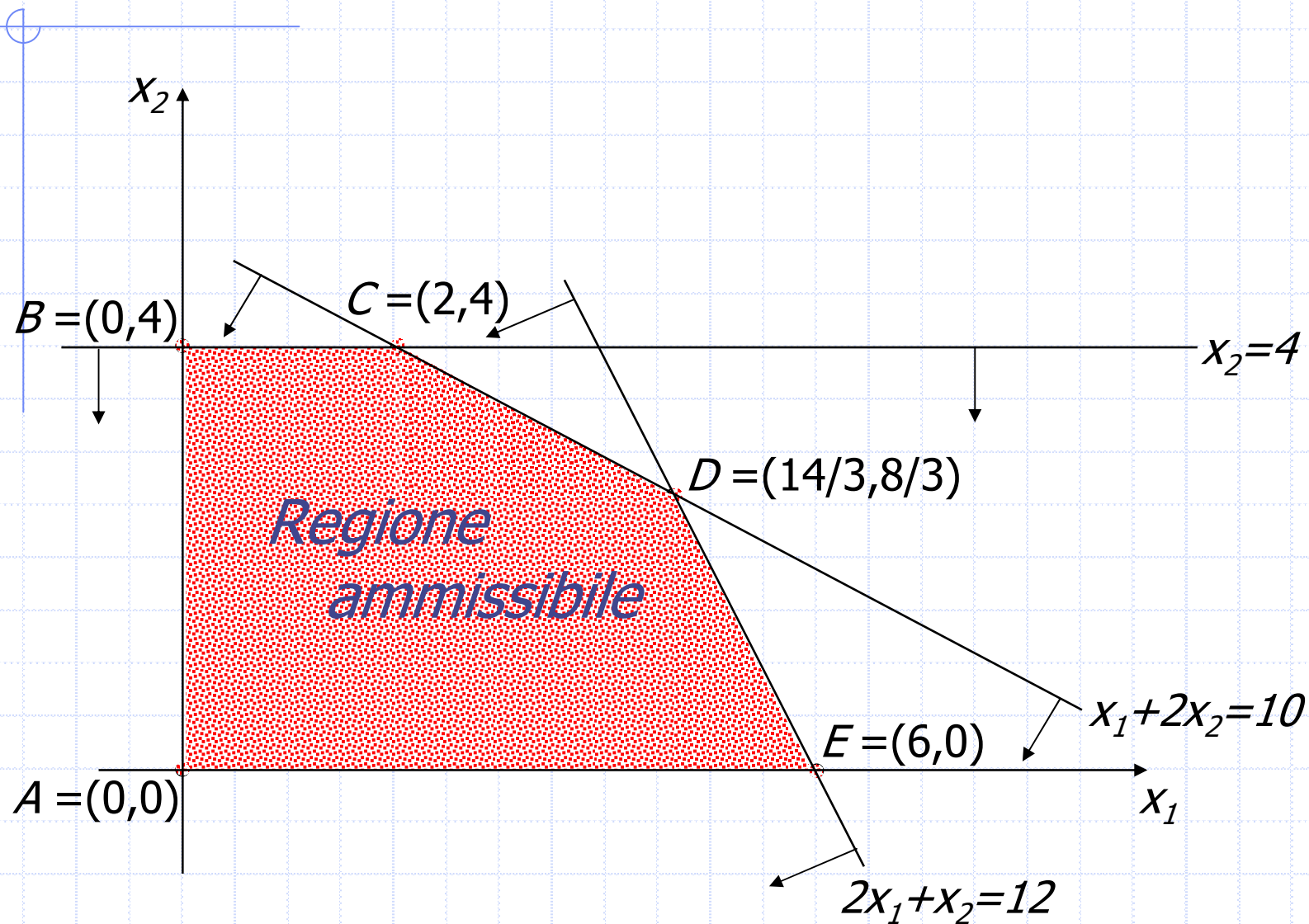
$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) Risolverlo per via grafica.
- b) Considerare la funzione obiettivo parametrica:

$3x_1 + kx_2$, con k reale positivo.

Per quali valori di k la soluzione trovata rimane ottima?

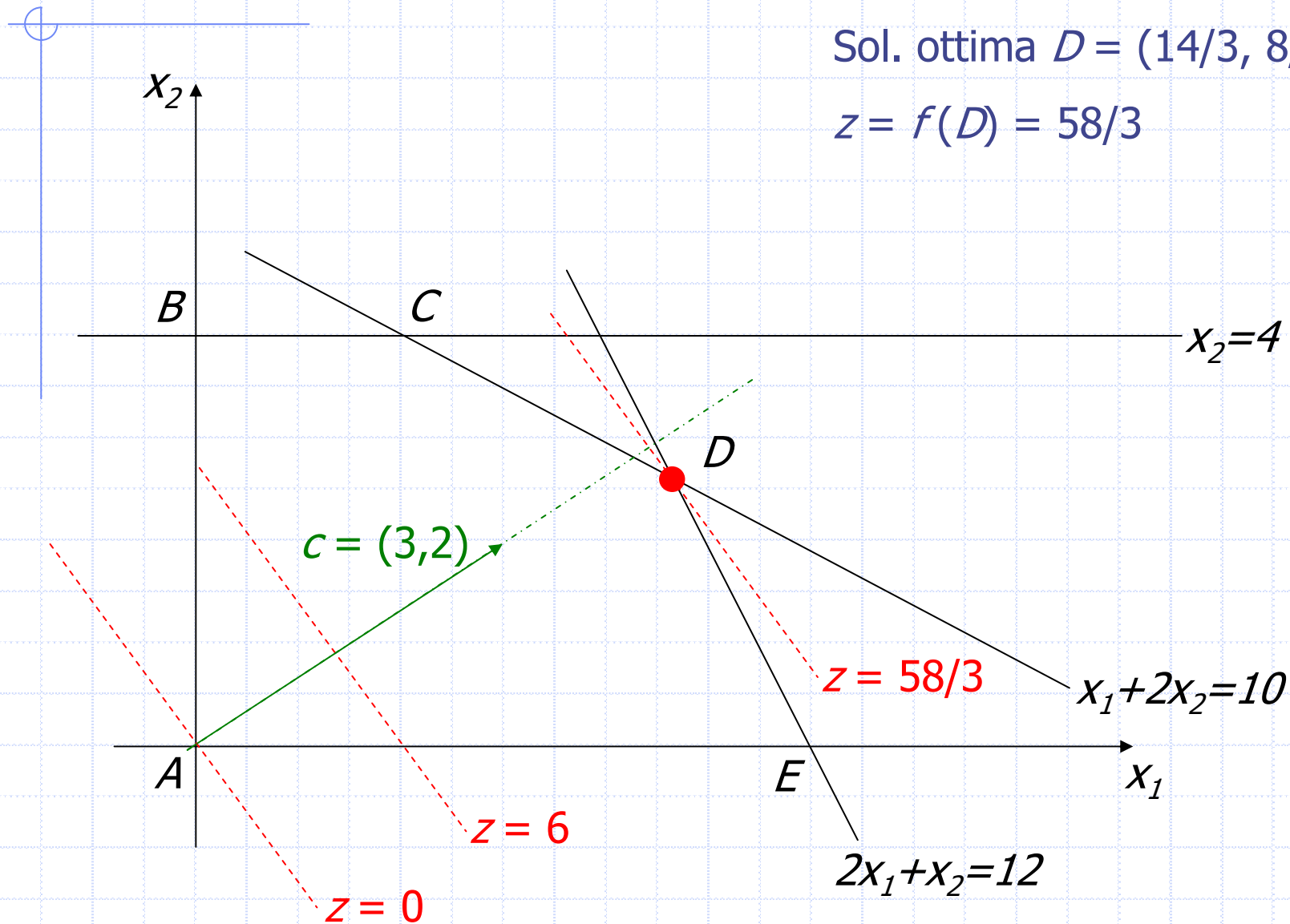
Esercizio



Esercizio

Sol. ottima $D = (14/3, 8/3)$

$$z = f(D) = 58/3$$



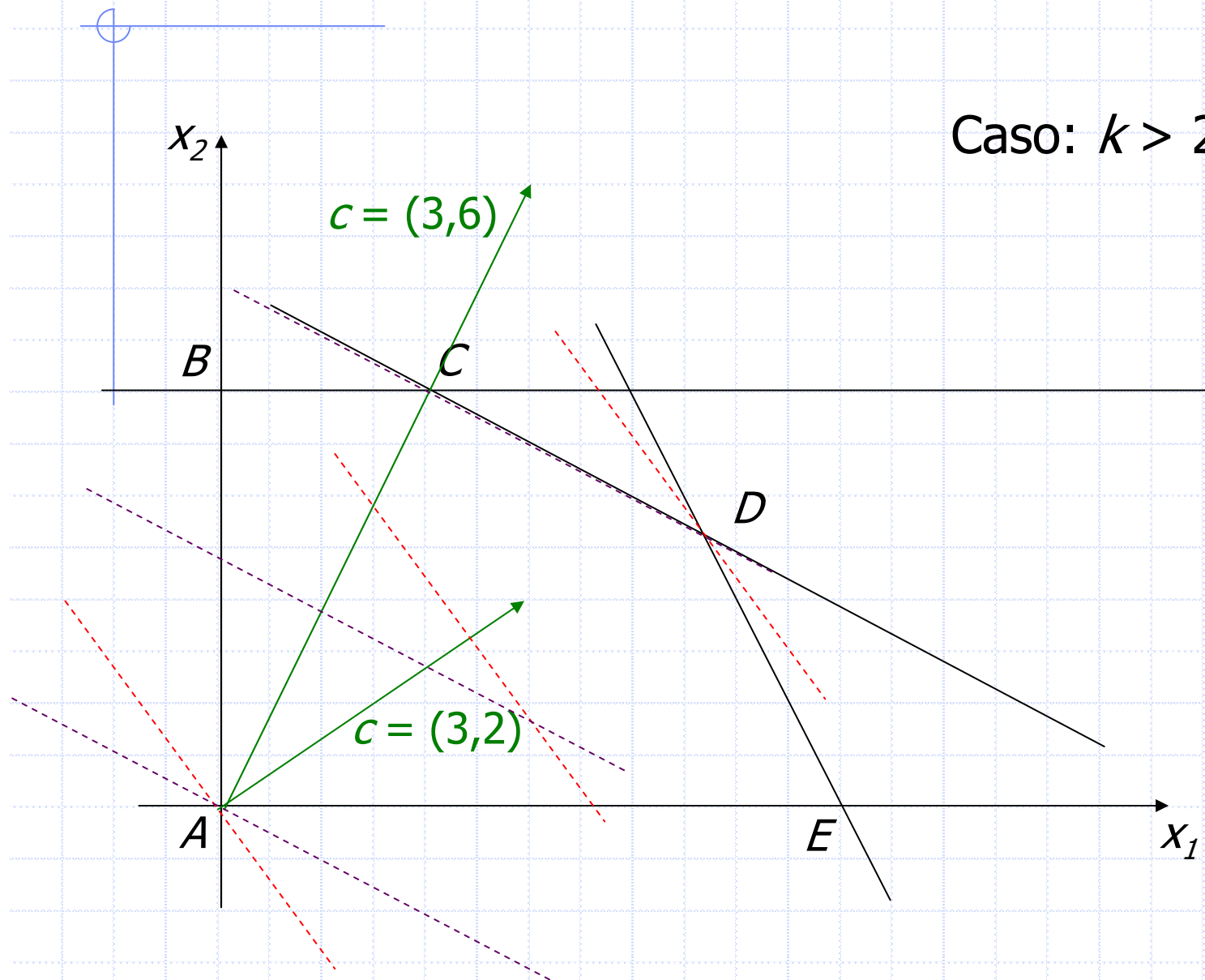
Esercizio

Funzione obiettivo parametrica: $3x_1 + kx_2$, con k reale positivo.
Per quali valori di k D rimane la soluzione ottima?

- Al variare di k varia il vettore $c = (3, k)$.
- Il punto D , intersezione degli spigoli CD e DE , è soluzione ottima quando $k = 2$.
- Se $k > 2$ D è soluzione ottima finché la famiglia di rette equi-costi non diviene parallela allo spigolo CD .
- Se $k < 2$ D è soluzione ottima finché la famiglia di rette equi-costi non diviene parallela allo spigolo DE .

Esercizio

Caso: $k > 2$



Esercizio

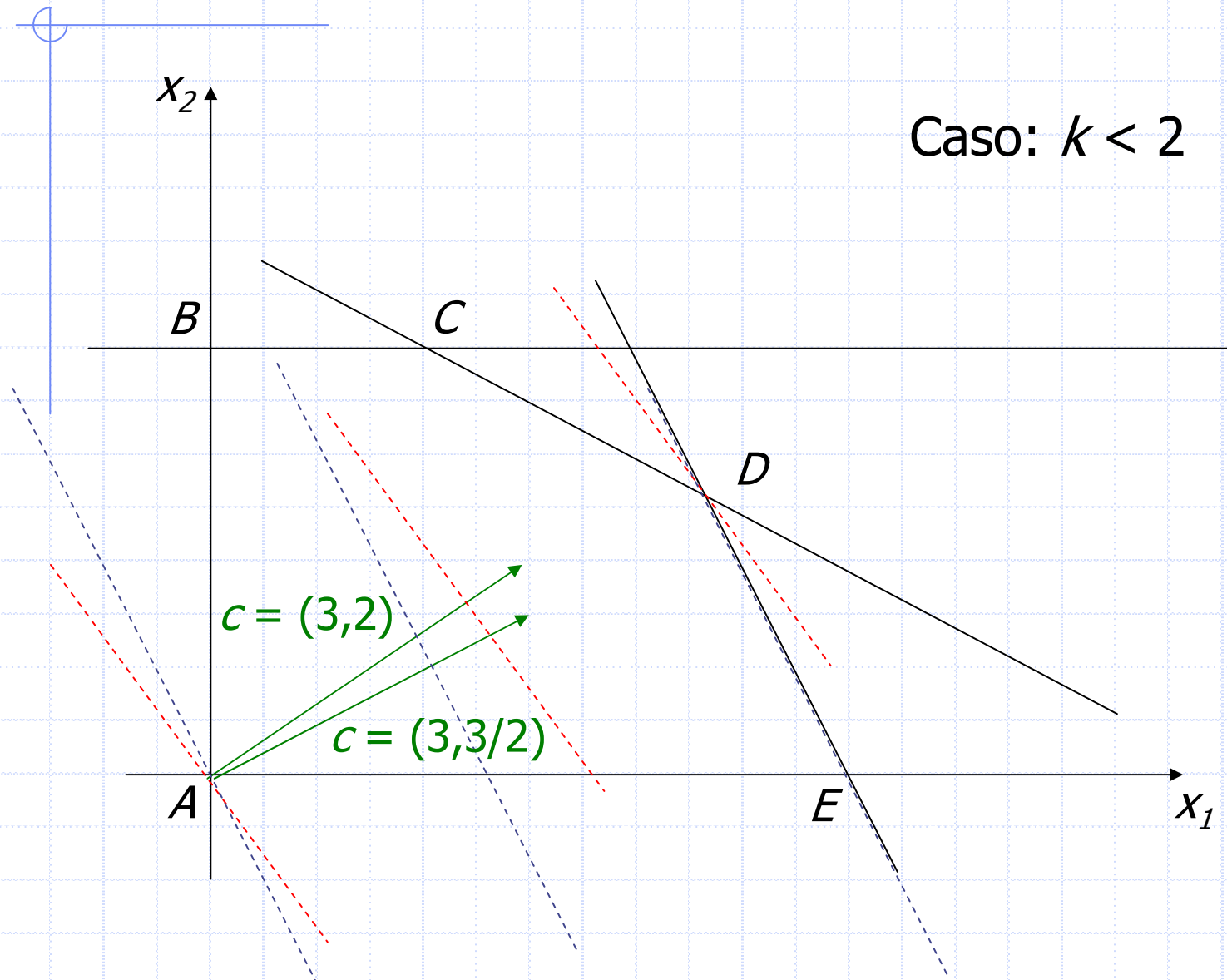
- Se $k > 2$ D è soluzione ottima finché la famiglia di rette equi-costo non diviene parallela allo spigolo CD .

Questa condizione limite si verifica quando il vettore $c = (3, k)$ è ortogonale allo spigolo CD . Essendo il vettore $C - D = (-8/3, 4/3)$, la condizione è

$$(3 \quad k) \begin{pmatrix} -8/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} = -8 + \frac{4}{3}k = 0 \Rightarrow k = 6$$

Esercizio

Caso: $k < 2$



Esercizio

- Se $k < 2$ D è soluzione ottima finché la famiglia di rette equicosto non diviene parallela allo spigolo DE .

Questa condizione limite si verifica quando il vettore $c = (3, k)$ è ortogonale allo spigolo DE . Essendo il vettore $D - E = (-4/3, 8/3)$, la condizione è

$$(3 \quad k) \begin{pmatrix} -4/3 \\ 8/3 \end{pmatrix} = -4 + \frac{8}{3}k = 0 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

Quindi se $3/2 \leq k \leq 6$ D è soluzione ottima.

Problema

Un'industria deve soddisfare ordini di un prodotto per i mesi di luglio, agosto e settembre pari a 15000, 20000 e 25000 unità.

I prodotti vengono ultimati e venduti a fine mese. I prodotti in eccesso possono essere immagazzinati alla fine di ogni mese in un deposito di capacità di 10000 unità al costo mensile di 1000 per unità. All'inizio di luglio il deposito è vuoto e si richiede che sia ancora vuoto alla fine di settembre.

La capacità produttiva mensile massima è di 30000 unità e i costi di produzione per ogni unità di prodotto sono 1000, 2000, 1500 nei tre mesi. Si vuole inoltre che le variazioni di produzione da un mese all'altro non superino le 10000 unità.

Problema

Formulare un problema di PL che consenta di soddisfare la domanda al minimo costo rispettando i vincoli imposti.

Variabili:

x_L , x_A , x_S produzione rispettivamente nei mesi di Luglio, Agosto e Settembre.

y_A , y_S prodotti che restano immagazzinati rispettivamente nei mesi di Agosto e Settembre.

Problema

Funzione obiettivo

$$\min \quad 1000x_L + 2000x_A + 1500x_S + 1000y_A + 1000y_S$$

Vincolo sul magazzino

$$x_L + x_A + x_S = 15000 + 20000 + 25000$$

Vincoli sulle domande

$$x_L - y_A = 15000$$

$$x_A + y_A - y_S = 20000$$

$$x_S + y_S = 25000$$

Problema

Vincoli di capacità

$$0 \leq x_L, x_A, x_S \leq 30000$$

$$0 \leq y_A, y_S \leq 10000$$

Vincoli sulle variazioni di produzione

$$|x_A - x_L| \leq 10000$$

$$|x_S - x_A| \leq 10000$$

$$\begin{pmatrix} y_A \leq x_L \\ y_S \leq x_A + y_A \end{pmatrix}$$

E' un problema di PL?