

Cognome _____
 Nome _____
 Matricola _____

Domanda 1

Sia \mathbf{x} un s - t flusso ammissibile per un grafo $G=(N, A, \mathbf{u})$ e sia $k = \sum_{i \in \partial^+(s)} x_{si} - \sum_{i \in \partial^-(s)} x_{is}$. È sempre vero che $x_{ij} \leq k$? (discutere)

Domanda 2

Dato un grafo $G=(N, A, \mathbf{u})$ dimostrare che per ogni (s,t) -taglio $\delta(R)$ e per ogni (s,t) -flusso \mathbf{x} , si ha:

$$x(\partial(R)) - x(\partial(\bar{R})) = f_x(s).$$

Domanda 3

Sia $G=(V, E)$ un grafo simmetrico con $|V| = n$ e sia \mathbf{U} un vettore in $\Re_+^{|E|}$. Descrivere un algoritmo per il calcolo del taglio di capacità minima che impiega l'algoritmo di Ford e Fulkerson per il calcolo del massimo (s,t) -flusso e discuterne la complessità.

Esercizio 1

Un'azienda manifatturiera ha un processo produttivo costituito da due fasi consecutive (fase A e fase B). L'azienda dispone di 7 impianti per la produzione. Gli impianti 1, 2 e 3 sono dedicati alla fase A, mentre gli impianti 4, 5, 6, 7 sono dedicati alla fase B.

In tabella 1 sono riportati la capacità produttiva mensile degli impianti (prodotti/mese) e la produzione minima che deve essere effettuata da un impianto affinché lo stesso produca in maniera efficiente.

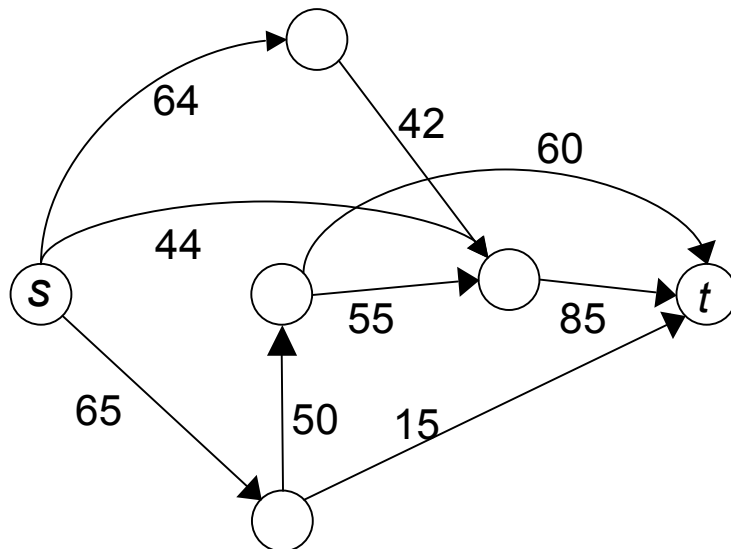
Impianto	Produzione minima	Capacità massima
1	2200	3500
2	1300	6500
3	1700	5400
4	2100	3500
5	1800	3600
6	1200	6700
7	1600	5500

1. Calcolare la capacità produttiva massima mensile dell'azienda.
2. Avendo la incrementare la capacità produttiva di un unico impianto, quale scegliereste e di quanto aumentereste la sua capacità? (discutere)
3. In alternativa all'operazione di incrementare la capacità di un impianto, avete la possibilità di aprirne uno nuovo purché la sua capacità sia almeno 8000 prodotti/mese. In quale fase della lavorazione aprireste il nuovo impianto? (discutere)

Cognome _____
 Nome _____
 Matricola _____

Esercizio 2

Dato il grafo $G = (N, A)$ di figura, calcolare il massimo flusso $f_x(s)$ da s a t utilizzando l'algoritmo preflow-push.



Esercizio 3

Il grafo di figura rappresenta una rete di telecomunicazioni. Ogni spigolo di G corrisponde a un link bidirezionale di capacità u_e Mbit/sec mentre ogni vertice di G corrisponde ad un router di capacità 12 Mbit/sec. Definendo capacità teorica della rete la capacità minima tra tutte le coppie di nodi

1. Calcolare la capacità teorica della rete
2. Raddoppiare la capacità dei router aumenta la capacità teorica della rete?

