

**Esercizio 1**

Sia  $S$  la regione ammissibile del seguente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - 2x_2 \\ & -4x_1 + 6x_2 \leq 9 \quad (1) \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \quad (2) \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ intere} \end{aligned}$$

Trovare una o più disequazioni valide per  $S$  che taglino la soluzione ottima del rilassamento lineare e che aggiunte alla formulazione del problema definiscano  $\text{conv}(S)$ .

Le disequazioni (1) e (2) definiscono facce massimali di  $\text{conv}(S)$ ?

**Esercizio 2**

Uno studente di Ottimizzazione Combinatoria decide di portare con se all'esame scritto alcuni foglietti di appunti di lunghezza totale di 22 cm. L'esame comprende quattro diversi argomenti e lo studente ha già preparato per ciascuno di essi delle note riassuntive non ulteriormente riducibili.

Argomento	Spazio richiesto (cm)	% copertura esame
1	8	40
2	6	24
3	5	15
4	4	8

Si formuli il problema di decidere quali argomenti conviene includere e si risolva il problema con l'algoritmo dei tagli di Gomory.

**Esercizio 3**

In un'azienda delle lastre rettangolari di altezza fissa  $h$  e larghezza 218 cm, devono essere tagliate in rettangoli di altezza  $h$  e larghezza variabile. Si formuli il problema di determinare il minimo numero di lastre necessarie per produrre 44 pezzi di larghezza 81 cm, 3 pezzi larghi 70 cm e 48 pezzi larghi 68 cm. Si determini un lower bound con il metodo di generazione di colonne.

**Esercizio 4**

Sia data la seguente rete, in cui su ogni arco  $ij$  è indicato il costo  $c_{ij}$ . Sapendo che la capacità degli archi 12 e 23 è rispettivamente 10 e 8, si vuole mandare un flusso di 10 unità dal nodo  $r_1$  al nodo  $s_1$  e dal nodo  $r_2$  al nodo  $s_2$  al minimo costo. Calcolare un rilassamento lagrangiano del problema e cercare di migliorarlo con il metodo del subgradiente.

