

Esercizio 1

Si consideri la formulazione P di un dato problema di PL0-1:

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_2 + x_3 \leq 1$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_4 + x_5 \leq 1$$

$$x_1 + x_5 \leq 1$$

$$x_1 + x_6 \leq 1$$

$$x_2 + x_6 \leq 1$$

$$x_3 + x_6 \leq 1$$

$$x_4 + x_6 \leq 1$$

$$x_5 + x_6 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 \geq 2$$

- a. Trovare la dimensione di $\text{conv}(S)$ (dove $S = P \cap \{0,1\}^6$).
- b. Quali delle disequazioni precedenti definiscono facce di $\text{conv}(S)$?
- c. Dire se le disequazioni $I : x_2 + x_3 + x_6 \leq 1$, $J : x_2 + x_3 + x_4 + x_6 \leq 2$ e $K : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 2$ sono valide per $\text{conv}(S)$.
- d. Trovare altre disuguaglianze valide per $\text{conv}(S)$ che definiscono facce massimali e calcolarne il relativo rango di Chvátal rispetto alla formulazione P.
- e. Dare una rappresentazione minimale di $\text{conv}(S)$.

Esercizio 2

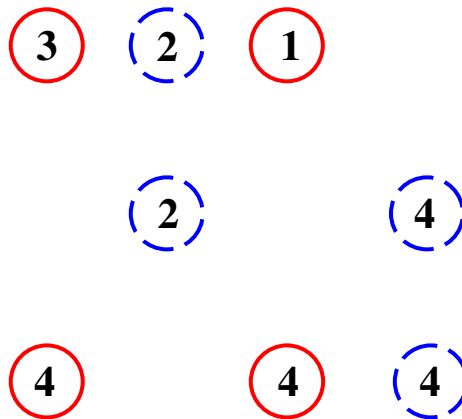
Dato il seguente problema (P) di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 5x_2 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 28 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 27 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x \in \mathbb{Z}_+^2 \end{aligned}$$

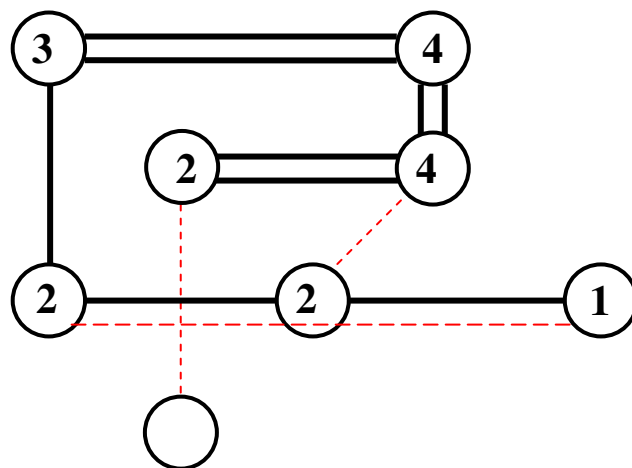
- a. Risolvere (P) con l'algoritmo dei piani di taglio di Gomory, rappresentando geometricamente i tagli trovati.
- b. Disegnare e descrivere $\text{conv}(S)$, dove S è l'insieme dei punti ammissibili per (P), attraverso le sue facce massimali.

Esercizio 3

Nella figura seguente ogni cerchietto con un numero rappresenta un'isola.



L'obiettivo è collegare ogni isola con ponti orizzontali o verticali in modo che abbia un numero di ponti corrispondente al numero dato e si formi un percorso che colleghi tutte le isole. Inoltre, si possono tracciare un massimo di due ponti tra due isole e i ponti non possono attraversare le isole o altri ponti. Nell'esempio che segue i ponti tratteggiati non sono ammissibili.



Quali governatori dell'arcipelago, dovete costruire ponti in modo che gli abitanti possano spostarsi su tutte le isole.

- Formulare il problema di determinare, se esiste, una soluzione ammissibile.

Supponendo che un ponte tra due isole rappresentate da cerchietti dello stesso tipo costa 2 milioni di euro, mentre un ponte tra due isole rappresentate da cerchietti diversi costa 1 milione di euro,

- Formulare il problema (P) di determinare una soluzione ammissibile di costo minimo.
- Discutere i possibili rilassamenti lagrangiani del rilassamento lineare di (P).
- Calcolare un lower bound per il problema, cercando di migliorarlo con il metodo del subgradiente.

Esercizio 4 (facoltativo)

Si devono tagliare delle lastre rettangolari di altezza fissa h e larghezza 20 m , in rettangoli di altezza h e larghezza variabile. Si formuli il problema di determinare il minimo numero di lastre necessarie per produrre 150 pezzi di larghezza 5 m , 200 pezzi larghi 7 m e 300 pezzi larghi 9 m . Risolvere il rilassamento lineare del problema con il metodo di generazione di colonne.