

Esercizio 1

Sia S la regione ammissibile del seguente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 3x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \quad (1) \\ & 2x_1 + 4x_2 \geq 2 \quad (2) \\ & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \quad (3) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{intere} \end{aligned}$$

Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni:

1. Le disequazioni (1), (2), (3), $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$ definiscono facce massimali di $\text{conv}(S)$.
2. La disequazione $3x_1 + 4x_2 \geq 6$ è valida per $\text{conv}(S)$.
3. La disequazione $3x_1 + 4x_2 \geq 6$ è una faccia massimale di $\text{conv}(S)$.

Si descriva $\text{conv}(S)$ e si calcoli il rango di Chvátal, rispetto alla formulazione data, delle disequazioni che inducono facce massimali di $\text{conv}(S)$.

Esercizio 2

Si risolva il seguente problema con l'algoritmo dei piani di taglio di Gomory:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ & x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, \text{intere} \end{aligned}$$

Esercizio 3

Si devono tagliare delle lastre rettangolari di altezza fissa h e larghezza $120 m$, in rettangoli di altezza h e larghezza variabile. Si formuli il problema di determinare il minimo numero di lastre necessarie per produrre 20 pezzi di larghezza $10 m$, 30 pezzi larghi $15 m$ e 20 pezzi larghi $7 m$. Si determini un lower bound con il metodo di generazione di colonne.

Esercizio 4

Dato il seguente problema di PLI:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 \\ & 2x_1 + x_3 \geq 2 \\ & 3x_2 + 2x_4 \geq 2 \\ & x_1 + x_2 + x_4 \geq 3 \\ & x \in \{0,1\}^4 \end{aligned}$$

Calcolare un lower bound per il problema attraverso un suo rilassamento lagrangiano. Dire se il punto trovato è una soluzione ottima per il problema e in caso contrario cercare un lower bound migliore con il metodo del subgradiente.