

OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA II
Prova scritta del 19-09-2006

Cognome _____
 Nome _____
 Matricola _____

Esercizio 1

Sia S la regione ammissibile del seguente problema:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 - 2x_2 \leq 0 \quad (1) \\ & x_1 + 2x_2 \geq 0 \quad (2) \\ & -x_1 + 6x_2 \leq 18 \quad (3) \\ & x_1, x_2 \geq 0, \quad \text{interi} \end{aligned}$$

Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni:

1. Le disequazioni (1), (2) e (3) definiscono facce massimali di $\text{conv}(S)$.
2. La disequazione $x_2 \leq 3$ è valida per $\text{conv}(S)$.
3. La disequazione $x_2 \leq 3$ è una faccia massimale di $\text{conv}(S)$.

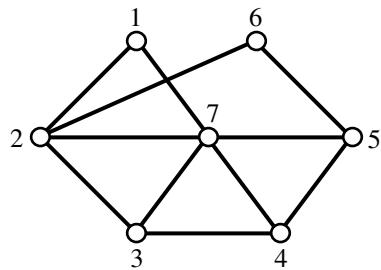
Nel caso le risposte 2. e 3. siano affermative si calcoli il rango di Chvátal della disequazione $x_2 \leq 3$ rispetto alla formulazione data.

Esercizio 2

Supponete di voler investire 100.000 euro comprando quote di fondi di investimento della società K. Sono disponibili due tipi di fondo KA e KB, le cui quote possono essere acquistate solo in lotti indivisibili da 15.000 euro ciascuno per KA e 20.000 euro ciascuno per KB. Il vostro consulente finanziario di fiducia ritiene che il rendimento annuo di KA dovrebbe essere pari a 1/3 del capitale investito e il rendimento di KB pari al 20 %. Sapendo che il numero di lotti di KB non può superare il 60% del numero complessivo di lotti acquistati, formulare il problema di massimizzare la rendita dell'investimento e si risolva il problema con l'algoritmo dei piani di taglio di Gomory.

Esercizio 3

Dato il seguente grafo G ,



si formuli il problema di colorazione di G e si determini un lower bound con il metodo di generazione di colonne.

Esercizio 4

Dato il seguente problema di PL0-1:

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + 2x_5 \geq 3 \\ & -x_1 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4 \\ & x \in \{0,1\}^5 \end{aligned}$$

Risolvere il rilassamento lagrangiano del problema con moltiplicatori unitari associati agli ultimi due vincoli. Dire se la soluzione trovata è ottima per il problema e in caso contrario cercare una soluzione migliore con il metodo del subgradiente.