

Esercizio 1

Sia S la regione ammissibile del seguente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ \text{a.s.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 7 \quad (1) \\ & 2x_1 - x_2 \leq 3 \quad (2) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{interi} \end{aligned}$$

Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni:

1. Le disequazioni (1), (2), $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$ definiscono facce massimali di $\text{conv}(S)$.
2. La disequazione $x_1 \leq 2$ è valida per $\text{conv}(S)$.
3. La disequazione $x_1 \leq 2$ è una faccia massimale di $\text{conv}(S)$.

Nel caso le risposte 2. e 3. siano affermative si calcoli il rango di Chvátal della disequazione $x_1 \leq 2$ rispetto alla formulazione data e si dica se la disequazione $x_1 \leq 2$, aggiunta alla formulazione, sia sufficiente a descrivere $\text{conv}(S)$.

Esercizio 2

Si risolva il problema dell'esercizio precedente con l'algoritmo dei piani di taglio di Gomory.

Esercizio 3

Si devono tagliare delle lastre rettangolari di altezza fissa h e larghezza 155 m, in rettangoli di altezza h e larghezza variabile. Si formuli il problema di determinare il minimo numero di lastre necessarie per produrre 21 pezzi di larghezza 30 m, 13 pezzi larghi 70 m e 28 pezzi larghi 18 m. Si determini un lower bound con il metodo di generazione di colonne.

Esercizio 4

Dato il seguente problema di PLI:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 \\ \text{a.s.} \quad & x_2 - x_3 + 4x_4 \geq 3 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 4 \\ & x \in \mathbb{Z}^5 \end{aligned}$$

Risolvere il rilassamento lagrangiano del problema con moltiplicatori 1 e 2 rispettivamente associati agli ultimi due vincoli. Dire se la soluzione trovata è ottima per il problema e in caso contrario cercare una soluzione migliore con il metodo del subgradiente.