

**Cognome:**

\_\_\_\_\_

**Nome:**

\_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Rispondere alle seguenti domande marcando a penna la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta (una sola tra quelle riportate). Una risposta esatta vale 2 punti, una sbagliata -1 punto.

1. Sia  $X$  una variabile aleatoria. La funzione di distribuzione della variabile aleatoria  $Y = -X$   
[A] è non decrescente  
[B] è non crescente  
[C] nessuna delle precedenti risposte
2. Le variabili aleatorie di un modello di simulazione statico  
[A] sono tutte identicamente distribuite  
[B] non dipendono dal tempo  
[C] sono equiprobabilmente distribuite
3. La simulazione  
[A] è utilizzata solo per studiare sistemi con elementi di natura aleatoria  
[B] può essere utilizzata in combinazione con modelli predittivi  
[C] è sempre preferibile a una soluzione analitica
4. Una politica di riordino mensile di tipo *periodic review* prevede che  
[A] in ogni caso venga lanciato un ordine di acquisto alla fine di ogni mese  
[B] venga lanciato un ordine di acquisto alla fine del mese solo se il livello di scorta è inferiore ad una soglia prestabilita  
[C] la dimensione degli ordini di acquisto è sempre tale da saturare la capacità del magazzino
5. Nel Tableau Economique, l'economista François Quesnay suddivideva le classi sociali in  
[A] artigiani, commercianti, agricoltori  
[B] artigiani, sterili, agricoltori  
[C] proprietari terrieri, sterili, agricoltori
6. In un modello di Leontiev, i quantitativi  $x_j$  di beni  $j$  prodotti in un sistema chiuso in un certo periodo e le quantità  $a_{ij}$  di prodotto  $i$  necessarie alla fabbricazione di un'unità di prodotto  $j$  sono nella relazione  
[A]  $x_j = a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + \dots + a_{nj}x_n$   
[B]  $x_j = a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + \dots + a_{nj}x_n$   
[C]  $x_j = a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jn}x_n$
7. La "rendita Ricardiana" si verifica in condizioni di  
[A] incremento della pressione sulle risorse  
[B] decremento della pressione sulle risorse  
[C] miglioramento della tecnologia

**Cognome:**

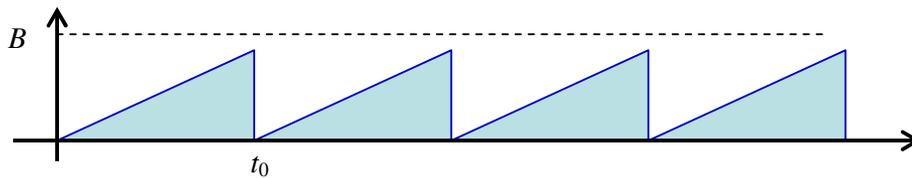
\_\_\_\_\_

**Nome:**

\_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Si consideri un processo industriale che produce un singolo prodotto. Il prodotto, fabbricato a un tasso di produzione costante e pari ad  $a_0$ , viene accumulato in un magazzino di uscita, sia  $b(t)$  la quantità accumulata all'istante  $t$ .



La gestione della produzione comporta costi

- di giacenza: un'unità di prodotto ferma per un'unità di tempo in magazzino comporta un costo  $g_0$ ;
- di spedizione: spedire una quantità  $b$  di prodotto comporta un costo  $s(b) = 0$  se  $b = 0$ ,  $s(b) = ks_0$  se  $(k-1)q < b \leq kq$ , con  $q$  costante nota e  $k = 1, 2, \dots$

Volendo adottare in un orizzonte temporale lungo  $T$  una politica di spedizione periodica con periodo fisso  $t_0$  e senza scorta di sicurezza, qual è il valore di tale periodo che permette di minimizzare il costo di gestione complessivo? Si descriva un procedimento di calcolo e lo si applichi nel caso in cui:

$a_0 = 10$  ettolitri/giorno,  $g_0 = 2$  €,  $s_0 = 1000$  €,  $q = 50$  ettolitri e il magazzino di uscita può contenere fino a  $B = 120$  ettolitri.

### Soluzione

Supponiamo che all'istante  $t = 0$  il magazzino sia vuoto ( $b(0) = 0$ ). Dopo  $t$  unità di tempo, se non avvengono spedizioni, il livello di magazzino sarà pari ad  $a_0t$ . Se al tempo  $t_0$  si ha una spedizione, la giacenza media nel periodo sarà pari a  $\frac{1}{2} a_0t_0^2$ . Dunque il costo di giacenza per  $T/t_0$  spedizioni nell'orizzonte temporale sarà

$$g(t_0) = \frac{1}{2} g_0 a_0 T t_0$$

Per quanto riguarda il costo di spedizione, esso dipenderà dalla quantità  $b(t_0)$  spedita ogni  $t_0$  unità di tempo. Poiché  $b(t_0) = a_0t_0$ , il costo di spedizione potrà scriversi:

$$s(t_0) = T k s_0 / t_0 \quad \text{se } (k-1)q/a_0 < t_0 \leq kq/a_0$$

Il costo complessivo è una funzione con un numero finito di punti di discontinuità:

$$c(t_0) = \frac{1}{2} T (g_0 a_0 t_0 + 2 k s_0 / t_0) \quad \text{se } (k-1)q/a_0 < t_0 \leq kq/a_0$$

In ciascun tratto di continuità la derivata della funzione costo vale

$$c'(t_0) = \frac{1}{2} T (g_0 a_0 - 2 k s_0 / t_0^2) \quad \text{se } (k-1)q/a_0 < t_0 \leq kq/a_0$$

e si annulla per:

$$t_0^*(k) = \sqrt{2 k s_0 / g_0 a_0}$$

Se tale valore si trova nell'intervallo  $((k-1)q/a_0, kq/a_0]$  (aperto a sinistra) allora è un punto di minimo locale del costo  $c(t_0)$ . Per determinare il punto di minimo globale bisogna quindi confrontare i punti  $t_0^*(k)$  con i punti  $t_0(k) = kq/a_0$ , per  $k = 1, 2, \dots$

La necessità di attuare politiche di spedizione prive di scorta di sicurezza implica che ogni spedizione svuoti il magazzino. Nel caso in esame, siccome la capacità del magazzino è limitata a  $B = 120$  ettolitri, il massimo valore ammissibile per  $t_0$  è  $t_0^{\max} = B/a_0 = 120/10 = 12$ , e  $k$  assume solo i valori 1, 2, 3. Sostituendo i valori proposti si ha  $t_0^*(k) = 10\sqrt{k}$ , quindi l'insieme degli zeri della derivata è

$$Z = \{10, 10\sqrt{2}, 10\sqrt{3}\}$$

D'altra parte l'insieme dei punti di discontinuità  $t_0(k) = kq/a_0$  in  $(0, 12]$  è

$$D = \{5, 10, 12\}$$

Osserviamo che i punti  $t_0^*(1)$  e  $t_0^*(2)$  non cadono all'interno degli intervalli di continuità  $(0, 5]$ ,  $(5, 10]$ . Il punto  $t_0^*(3)$  invece appartiene all'intervallo di continuità  $(10, 15]$  ma non appartiene a  $(10, 12]$  e quindi va escluso. In conclusione l'insieme dei candidati minimi locali è dato da

$$L = \{5, 10, 12\}$$

Tabulando su questi valori la funzione costo

$$c(t_0) = \frac{1}{2} T (g_0 a_0 t_0 + 2 k s_0 / t_0) = (10t_0 + 1000k/t_0)T$$

si ottiene

$k$	$t_0$	$c(t_0)$
1	5	250T
2	10	300T
3	12	370T

e si conclude quindi che il periodo di spedizione ottimale è  $t_0^* = 5$  giorni.