

rende giornalmente un profitto di $4b/5\text{€}$ la seconda un profitto di $b\text{€}$ che per $b > 0$ risulta ovviamente preferibile. Quindi l'impianto P produce solo il secondo tipo di prodotto, e vista la capacità produttiva limitata ($0 + b/20 \leq C_{max}$) ciò comporta una domanda giornaliera di risorsa non superiore a $20C_{max} = 80$. Poiché si vuole massimizzare il profitto, si sceglierà di consumare esattamente $a_I = 80$ unità di risorsa al giorno. Quindi la quantità accumulata dopo t giorni a partire da un livello di giacenza 0 è data da $b(t) = a_I t = 80t$. Mediamente, la quantità in giacenza in un periodo T_I tra due spedizioni successive è pari a $T_I s(T_I)/2$. Il costo di giacenza della materia prima è quindi dato da

$$g_I(T_I) = \frac{0,25T_I s(T_I)}{2} = \frac{0,25 \cdot 80T_I^2}{2} = 10T_I^2$$

Poiché del resto il costo di una singola spedizione da M_I a P è di 100€ , l'espressione del costo complessivo (giacenza + trasporto) relativo a H/T_I spedizioni nell'orizzonte temporale H è

$$c_I(T_I) = \frac{H}{T_I} (100 + 10T_I^2) = 10H \left(\frac{10}{T_I} + T_I \right)$$

Annullando la derivata prima si ottiene

$$T_I^* = \sqrt{10}$$

da cui

$$s(T_I^*) = 80\sqrt{10} > 240$$

Poiché tale quantità eccede la capacità della singola spedizione, la soluzione ottima si ottiene per $s(T_I) = 80T_I = 240$, da cui $T_I = 3$ giorni.

Calcoliamo in modo analogo il periodo di spedizione ottimale del prodotto finito da P a M_O . Si ha in questo caso una produzione di $C_{max} = 4$ unità giornaliere, spedite con periodo T_O in quantità consolidate non superiori a $\min\{S_{max}^O, B_{max}\} = 160$ unità. Il costo di giacenza in questo caso vale

$$g_O(T_O) = \frac{0,50T_O s(T_O)}{2} = \frac{0,50 \cdot 4T_O^2}{2} = T_O^2$$

da cui, tenendo conto del costo di singola spedizione fissato in 108€ , si ricava il costo complessivo per H/T_O spedizioni nell'orizzonte di pianificazione:

$$c_O(T_O) = \frac{H}{T_O} (108 + T_O^2)$$

Annullando la derivata prima si ottiene

$$T_O^* = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

da cui

$$s(T_O^*) = 4 \cdot 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \approx 41,57 < 160$$

In questo caso il periodo trovato è ammissibile. In conclusione, il magazzino in uscita viene rifornito con periodo $T_O^* = 6\sqrt{3} \approx 10,39$ giorni, mentre l'impianto con periodo $T_I^* = 3$ giorni.