GESTIONE DELL’INFORMAZIONE AZIENDALE
prova scritta del 22 settembre 2004

Cognome: |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|
Nome: |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|
Matricola: |__|__|__|__|__|__|

Prima parte

1. Un impianto industriale è dedicato alla fabbricazione di un prodotto caratterizzato da un certo grado di deperibilità: se infatti il prodotto staziona in magazzino per un tempo superiore a un certo valore D, una percentuale p del prodotto risulta inutilizzabile. Questo fenomeno può essere modellato attribuendo un tasso di assorbimento pari a r per gli istanti compresi tra 0 e D, e pari a $(1 + p)r$ per gli istanti oltre D. Si indichino con

   - g_0 il costo di giacenza di un’unità di prodotto per un’unità di tempo,
   - s_0 il costo di una spedizione di un quantitativo qualsiasi di prodotto,
   - d_0 il costo derivato dalla perdita per deperimento di un’unità di prodotto.

   Si descriva un procedimento per il calcolo del periodo ottimo di spedizione t_0 in un orizzonte temporale T, assumendo, coerentemente all’ipotesi di deperibilità, di non mantenere scorta di sicurezza, e lo si esemplifichi per i seguenti valori

   r = 7,2 tonnellate/giorno
   p = 25%
   D = 8 giorni
   T = 100 giorni
   g_0 = 1 €/tonnellata·giorno
   s_0 = 344,16 €/spedizione
   d_0 = 10 €/tonnellata

Seconda parte

2. Si consideri un sistema a singolo servente nell’intervallo di tempo [0, 14.9], in cui 7 clienti ricevono il servizio. I tempi di interarrivo misurati sono: 0.2, 0.6, 2.3, 1.7, 2.1, 1.8, 0.9, 1.3, 2.1. I tempi di servizio misurati sono: 1.8, 1.4, 1.3, 3.1, 0.9, 0.9, 2.6. Si chiede di calcolare la lunghezza media della coda nell’intervallo [0, 11]

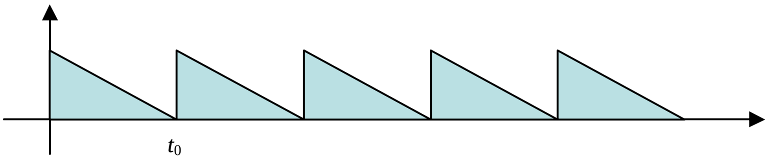
3. L’osservazione di uno stadio di lavorazione in un certo processo produttivo ha permesso di misurare il numero di pezzi difettosi in una sequenza di 7 lotti di produzione. Tutti i lotti hanno dimensione 100. Le misure effettuate sono le seguenti: 32, 23, 28, 24, 18, 23, 24. I pezzi difettosi vengono inviati ad uno stadio di recupero che deve essere opportunamente dimensionato utilizzando un modello di simulazione. Si indichino due possibili distribuzioni di input per il modello di simulazione. Giustificare le risposte.

4. Dimostrare la proprietà di assenza di memoria della distribuzione esponenziale e discutere la sua applicazione alla simulazione.

5. Discutere i principali modelli per i processi di arrivi e la loro applicazione alla simulazione.

Soluzione della prima parte

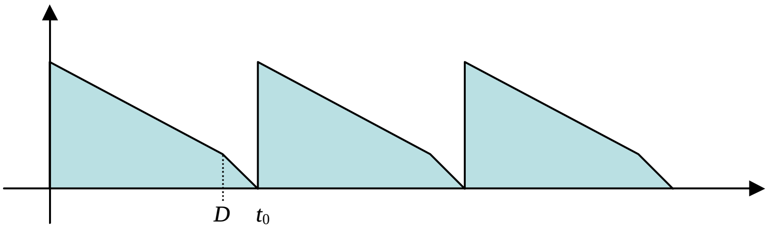
Se il periodo di spedizione t_0 non supera D, l'andamento del livello di magazzino ha l'aspetto b(t) = $- rt + b_0$ (vedi figura seguente) dove, imponendo scorta di sicurezza nulla al tempo t_0 (cioè $0 = - rt_0 + b_0$), $b_0 = rt_0$



In questo caso, il costo di giacenza nell'orizzonte temporale T sarà pari a

$$g(t_0) = g_0 \frac{rTt_0}{2}$$

Se $t_0 \geq D$, l'andamento è invece del tipo



con b_0 pari a $b(D)$ più la scorta che si avrebbe al tempo 0 con tasso di consumo r quando si adottasse periodo di rifornimento pari a D: $b_0 = b(D) + rD$.
Poiché con tasso di consumo $(1 + p)r$ il livello $b(D)$ si annulla dopo $(t_0 - D)$ giorni, si ha

$$b(D) = (1 + p)r(t_0 - D) = r(t_0 + pt_0 - D - pD)$$

e quindi

$$b_0 = b(D) + rD = r(1 + p)(t_0 - D) + rD = r(t_0 + pt_0 - pD)$$

L'area di un singolo elemento del grafico sarà allora data da

$$Area(t_0) = \frac{rD^2}{2} + b(D)D \text{ (area trapezio)} + \frac{b(D)}{2}(D - t_0) \text{ (area triangolo)}$$

cioè

$$Area(t_0) = \frac{r}{2}\,[D^2 + (t_0 - D + pt_0 - pD)] = \frac{r}{2}(t_0^2 + pt_0^2 - pD^2)$$

e in definitiva il costo di giacenza vale

$$g(t_0) = \frac{g_0 rT}{2}\,[(1 + p)t_0 - p\frac{D^2}{t_0}] \qquad (1)$$

A questo costo va sommato il costo dovuto al deperimento: la quantità persa nel tempo $(t_0 - D)$ vale (ripetuta T/t_0 volte nel periodo T)

$$d(t_0) \;=\; d_0rp(t_0 - D)\;T/t_0 \;=\; d_0rpT \;-\; \frac{d_0rpTD}{t_0} \qquad (2)$$

e in entrambi i casi va sommato il costo del trasporto

$$s(t_0) \;=\; s_0T/t_0 \qquad (3)$$

Per $t_0 = D$ le due espressioni di costo ovviamente coincidono. Nel primo caso la derivata del costo complessivo vale

$$c'(t_0) \quad = \quad g_0\frac{rT}{2} \;-\; s_0\frac{T}{t_0^2}$$

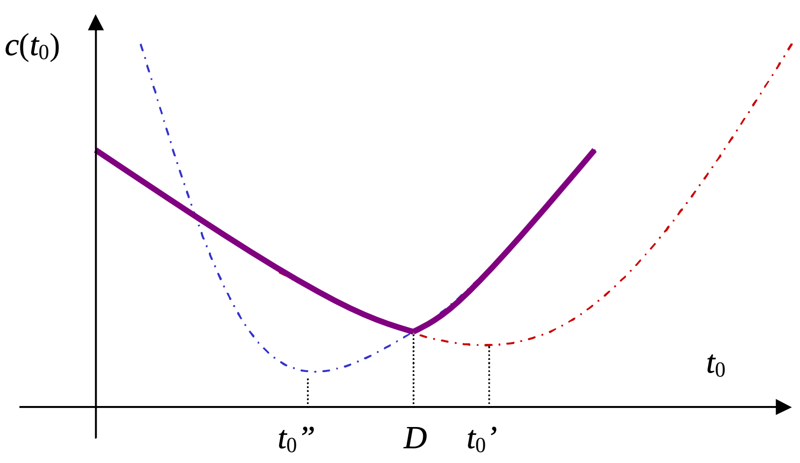
e si annulla per $t_0^* = \sqrt{2s_0/g_0r}$. Sostituendo in tale espressione i dati numerici del testo si ottiene $t_0^* = \sqrt{95}$ 9,77 ~ 9,77. Tale valore supera D e non essendo compatibile con l'ipotesi del modello non può essere accettato. Poiché per valori di t_0 inferiori a 9,77 la funzione costo è decrescente, si deduce che il punto di minimo, soggetto a $t_0 \leq D$, è proprio $t_0' = D$.
Per completare lo studio bisogna ora far ricorso al modello sviluppato per $t_0 \geq D$. In questo caso la derivata del costo complessivo vale

$$c'(t_0) \quad = \quad \frac{1}{t_0^2}\,(pD^2 - s_0T + d_0rpTD) \quad + \quad \frac{g_0rT(1+p)}{2}$$

e si annulla per

$$t_0^* \quad = \quad \sqrt{\frac{2(s_0T - pD^2 - d_0rpTD)}{g_0rT(1+p)}}$$

Sostituendo i dati numerici in questo caso si ricava $t_0^* = 20/3 \sim 6{,}67$. Anche questo valore non è accettabile in quanto non soddisfa l'ipotesi sotto la quale è stato sviluppato il modello. Con ragionamento analogo a quello mostrato nel caso precedente, si deduce che il punto di minimo della funzione costo, soggetto a $t_0 \geq D$, è proprio $t_0'' = D$.



La situazione è descritta in figura, e si ha evidentemente $t_0' = t_0'' = t_0^* = D = 8$ giorni.