

Si vuole pianificare la produzione di un impianto per soddisfare la domanda di prodotto di un anno. La pianificazione avviene su base trimestrale. Produrre una quantità x_t nel trimestre t costa $c(x_t) = a_t + b_t x_t$. Peraltro, mantenere in giacenza una certa quantità y_t nel trimestre t (cioè produrla nel trimestre t per venderla nel trimestre successivo $t + 1$) costa $g(y_t) = p + q y_t$. La domanda d_t e i parametri necessari per valutare costi di produzione e gestione sono riportati nelle seguenti tabelle.

Gruppo A

t	1	2	3	4
d_t	100	220	120	80
a_t	200	150	200	300
b_t	3.0	3.5	2.4	2.0
p	40			
q	2.2			

Gruppo B

t	1	2	3	4
d_t	80	230	160	120
a_t	120	110	230	100
b_t	2.0	1.5	3.2	3.0
p	20			
q	1.4			

Si determini una pianificazione che minimizzi il costo complessivo di produzione e giacenza, specificando per ognuno dei 4 trimestri le quantità da produrre e da immagazzinare a beneficio di trimestri successivi.

Risultato

Adottando il metodo di Wagner-Whitin si perviene alla seguente pianificazione:

Gruppo A

t	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
x_t	100	220	200	0

Gruppo B

t	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
x_t	80	390	0	120

Applicazione del metodo per il Gruppo A

1. Calcolo di $x(i, t)$ = quantità da produrre nel trimestre i per soddisfare la domanda nei trimestri $i, \dots, t$.

Produzione		fino al trimestre			
		I	II	III	IV
nel trimestre	I	100	320	440	520
	II		220	340	420
	III			120	200
	IV				80

2. Calcolo dei relativi costi di produzione

Costi per produrre		fino al trimestre			
		I	II	III	IV
nel trimestre	I	500	1160	1520	1760
	II		920	1340	1620
	III			488	680
	IV				460

3. Calcolo di $y(i), \dots, y(t-1)$ = quantità da immagazzinare per soddisfare la domanda nei trimestri $(i+1), \dots, t$ se si produce tutto nel trimestre i .

Giacenza		fino al trimestre		
		II	III	IV
dal trimestre	I	220	340+120	420+200+80
	II		120	200+80
	III			80

4. Calcolo dei relativi costi di giacenza

Costi della giacenza		fino al trimestre		
		II	III	IV
dal trimestre	I	524	1052	2768
	II		304	656
	III			216

5. Calcolo del costo $C(i, t)$ sostenuto per soddisfare la domanda dei trimestri da i a t producendo nel solo trimestre i :

$C(i, t)$	I	II	III	IV
I	500	1160+524	1520+1052	1760+2768
II		920	1340+304	1620+656
III			488	680+216
IV				460

cioè

$C(i, t)$	I	II	III	IV
I	500	1684	2572	4528
II		920	1644	2276
III			488	896
IV				460

6. In conclusione, si deve calcolare il costo minimo per soddisfare la domanda dal trimestre 1 al trimestre t applicando la formula $c(t) = \min_{i=1 \dots t} \{c(t-1) + C(i, t)\}$:

$$c(0) = 0$$

$$c(1) = \min\{0 + C(1, 1)\} = 500$$

$$c(2) = \min\{0 + C(1, 2), c(1) + C(2, 2)\} = \min\{1684, 500 + 920\} = 1420$$

$$c(3) = \min\{0 + C(1, 3), c(1) + C(2, 3), c(2) + C(3, 3)\} =$$

$$= \min\{2572, 500 + 1644, 1420 + 488\} = 1908$$

$$c(4) = \min\{0 + C(1, 4), c(1) + C(2, 4), c(2) + C(3, 4), c(3) + C(4, 4)\} =$$

$$= \min\{0 + 4528, 500 + 2276, 1420 + 896, 1908 + 460\} = 2316$$

Si può quindi dedurre il livello di produzione da adottare nei singoli trimestri:

t	I	II	III	IV
x_t	100	220	200	0

Applicazione del metodo per il Gruppo B

1. Calcolo di $x(i, t)$ = quantità da produrre nel trimestre i per soddisfare la domanda nei trimestri $i, \dots, t$.

Produzione		fino al trimestre			
		<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
nel trimestre	<i>I</i>	80	310	470	590
	<i>II</i>		230	390	510
	<i>III</i>			160	280
	<i>IV</i>				120

2. Calcolo dei relativi costi di produzione

Costi per produrre		fino al trimestre			
		<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
nel trimestre	<i>I</i>	280	740	1060	1300
	<i>II</i>		455	695	875
	<i>III</i>			742	1126
	<i>IV</i>				460

3. Calcolo di $y(i), \dots, y(t-1)$ = quantità da immagazzinare per soddisfare la domanda nei trimestri $(i+1), \dots, t$ se si produce tutto nel trimestre i .

Giacenza		fino al trimestre		
		<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
dal trimestre	<i>I</i>	230	390+160	510+280+120
	<i>II</i>		160	280+120
	<i>III</i>			120

4. Calcolo dei relativi costi di giacenza

Costi della giacenza		fino al trimestre		
		<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
dal trimestre	<i>I</i>	322	790	1294
	<i>II</i>		244	580
	<i>III</i>			188

5. Calcolo del costo $C(i, t)$ sostenuto per soddisfare la domanda dei trimestri da i a t producendo nel solo trimestre i :

$C(i, t)$	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
<i>I</i>	280	740+322	1060+790	1300+1294
<i>II</i>		455	695+244	875+580
<i>III</i>			742	1126+188
<i>IV</i>				460

cioè

$C(i, t)$	I	II	III	IV
I	280	1062	1850	2594
II		455	939	1455
III			742	1314
IV				460

6. In conclusione, si deve calcolare il costo minimo per soddisfare la domanda dal trimestre 1 al trimestre t applicando la formula $c(t) = \min_{i=1 \dots t} \{c(t-1) + C(i, t)\}$:

$$c(0) = 0$$

$$c(1) = \min\{0 + C(1, 1)\} = 280$$

$$c(2) = \min\{0 + C(1, 2), c(1) + C(2, 2)\} = \min\{1062, 280 + 455\} = 735$$

$$c(3) = \min\{0 + C(1, 3), c(1) + C(2, 3), c(2) + C(3, 3)\} = \\ = \min\{1850, 280 + 939, 735 + 742\} = 1219$$

$$c(4) = \min\{0 + C(1, 4), c(1) + C(2, 4), c(2) + C(3, 4), c(3) + C(4, 4)\} = \\ = \min\{0 + 2594, 280 + 1455, 735 + 1314, 1219 + 460\} = 1679$$

Si può quindi dedurre il livello di produzione da adottare nei singoli trimestri:

t	I	II	III	IV
x_t	80	390	0	120